ランダムポテンシャル中の希薄ボース気体のボース凝縮と超流動

大阪市立大　理
小林　未知数・坪田　誠・
小川　伸一郎・荒木　恒彦

1, 研究内容

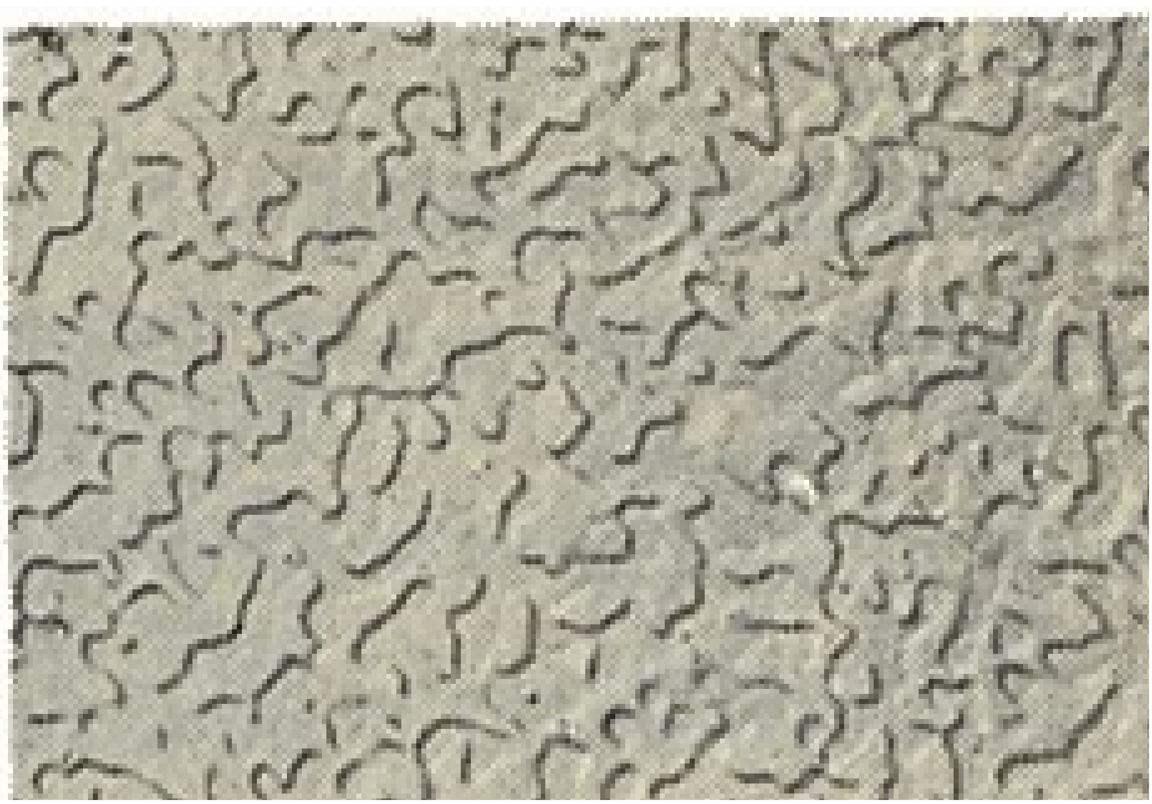
2, 計算モデル

3, 計算結果

4, まとめと課題

1, 研究内容

・バイコールグラス中での液体^{4}Heの超流動について、注入量が少なく内径が小さい場合についてモデル化し、実験と比較する。



バイコールグラスの写真。平均内径が数１００Å（コヒーレンス長）以下で超流動は3次元的に振舞う。

- バイコールを3次元に一様に広がった外部ポテンシャルとみなし、その中での希薄剛体球ボース気体のボース凝縮と超流動について、その特性を調べる。
- このような系ではボース凝縮、超流動ともにポテンシャルによって抑えられることを示す。
- それ以外の物理量も計算し、実際の実験との定性的、定量的な比較をする。

超流動は2流体モデルを用いる

$$n = n_s + n_n$$

n_s: **超流体（粘性、エントロピーなし）**

n_n: **常流体（粘性、エントロピーあり）**

２、計算モデル

ハミルトニアン

K.Huang and H.F.Meng, Phys.Rev.Lett.69,644(1992)

$$\hat{H}-\mu\hat{N}=$$

$$\int d^3x\hat{\Psi}^\dagger(\vec{x})[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2-\mu+U]\hat{\Psi}(\vec{x})$$

$$+\frac{v_0}{2}\int d^3x\hat{\Psi}^\dagger(\vec{x})\hat{\Psi}^\dagger(\vec{x})\hat{\Psi}(\vec{x})\hat{\Psi}(\vec{x})$$

第１項：運動エネルギーとランダムポテンシャルU（ここにバイコールグラスの効果を入れる）

第２項：剛体球散乱の効果 $(v_0=\frac{4\pi a\hbar^2}{m})$

ボコリューボフ変換で対角化

$$\hat{H}-\mu\hat{N}=V(-\mu n_0+\varepsilon_1+\varepsilon_R)$$

$$+\sum_{k\neq0}\frac{\hbar^2k}{2m}\sqrt{k^2+16\pi a n_0}\,\hat{c}_{\vec{k}}^\dagger\hat{c}_{\vec{k}}$$

ハミルトニアンをフーリエ変換

$$\hat{H}-\mu\hat{N}$$

$$=V(-\mu n_0+\frac{v_0}{2}n_0{}^2)+\sum_{k\neq 0}(\frac{\hbar^2k^2}{2m}-\mu+2v_0n_0)\hat{a}_{\vec{k}}{}^\dagger\hat{a}_{\vec{k}}$$

$$+(\frac{n_0}{V})^{1/2}\sum_{k\neq 0}(U_{\vec{k}}\hat{a}_{\vec{k}}{}^\dagger+U_{-\vec{k}}\hat{a}_{\vec{k}})$$

$$+\frac{v_0}{2}n_0\sum_{k\neq 0}(\hat{a}_{\vec{k}}{}^\dagger\hat{a}_{-\vec{k}}{}^\dagger+\hat{a}_{\vec{k}}\hat{a}_{-\vec{k}})+\frac{v_0}{V}[\sum_{k\neq 0}\hat{a}_{\vec{k}}{}^\dagger\hat{a}_{\vec{k}}]^2$$

$\hat{a}_{\vec{k}}$: ボース粒子の消滅演算子

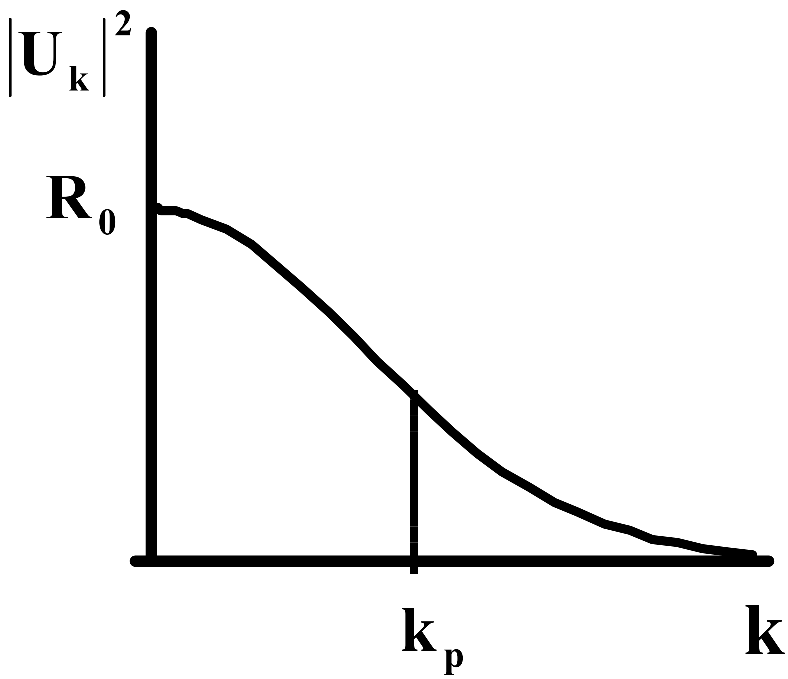
$U_{\vec{k}}$: Uのフーリエ変換

ボコリューボフ変換で対角化

$$\hat{a}_{\vec{k}}=\frac{\hat{c}_{\vec{k}}-\alpha_{\vec{k}}\hat{c}_{-\vec{k}}{}^\dagger}{\sqrt{1-\alpha_{\vec{k}}{}^2}}-\frac{U_{\vec{k}}}{g_{\vec{k}}}\sqrt{\frac{n_0}{V}}\frac{1-\alpha_{\vec{k}}}{1+\alpha_{\vec{k}}}$$

ランダムポテンシャルの取り方

バイコールグラス中でヘリウムがどのようなポテンシャルを感じるのかはわからないが内径依存性を考慮し、次のように仮定する。



多孔性媒質の孔の平均半径をr_pとすれば

$$k_p = 2\pi / r_p$$

内径はコヒーレンス長に比べ十分短く系はポテンシャルの空間平均で効いてくると思われる。

$$n = n_0 + n_1 + n_R$$

$$n_1 = \frac{8}{3\sqrt{\pi}}(n_0 a)^{3/2}$$

$$+ \frac{4}{\sqrt{\pi}\lambda^3}\int_0^\infty dt \frac{t(t^2 + \theta/2)}{\sqrt{t^2+\theta}\{\exp(t\sqrt{t^2+\theta}-1\}}$$

$$n_R = \frac{m^2 R_0}{\pi\hbar^4 k_p{}^2}\sqrt{a n_0{}^3}$$

$$\times[\sqrt{\pi}(2 + \frac{k_p{}^2}{8\pi a n_0})\exp(\frac{8\pi a n_0}{k_p{}^2})$$

$$\times\{1 - \mathrm{erf}(\sqrt{\frac{8\pi a n_0}{k_p{}^2}})\} - \sqrt{\frac{k_p{}^2}{2\pi a n_0}}]$$

n_0 : 凝縮体密度

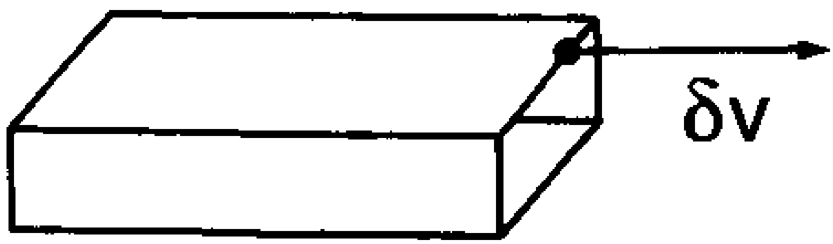
n_1 : 素励起による非凝縮体

(λ :ドブロイ波長　　$\theta = \frac{8\pi a\hbar^2 n_0}{m k_B T}$)

n_R : ランダムポテンシャルによる非凝縮体

超流動密度の計算は線形応答理論を用いる

P.C.Hohenberg and P.C.Martin,Ann.Phys(NY) 34,291(1965)



管を引っ張ることにより作られる横方向の速度場は常流体によるものと考える。

系に速度場$\mathbf{v}(\vec{\mathbf{r}})$をかけたときの運動量の応答を$\mathbf{j}(\vec{\mathbf{r}})$としたとき線形応答理論では

$$\mathbf{j_i(\vec{r}) = \chi_{i,j}(\vec{r})v_j(\vec{r})}$$

感受率χのフーリエ変換が縦と横に分解され、

$$\chi_{i,j}(\vec{\mathbf{k}}) = \frac{\mathbf{k_i k_j}}{\mathbf{k^2}}\mathbf{A}(\vec{\mathbf{k}}) + (\delta_{i,j} - \frac{\mathbf{k_i k_j}}{\mathbf{k^2}})\mathbf{B}(\vec{\mathbf{k}})$$

その横成分が常流体となる。

$$\mathbf{B(\vec{k}) \xrightarrow{k\to 0} n_n}$$

結果

$$n_s = n - n_2 - \frac{4}{3} n_R$$

$$n_2 = \frac{8}{3\sqrt{\pi}\lambda^3} \int_0^{\infty} dt \frac{t^4 \exp(-t\sqrt{t^2+\theta})}{\{1-\exp(-t\sqrt{t^2+\theta})\}^2}$$

n_s : 超流動密度

n_2 : 素励起による常流体

$\frac{4}{3} n_R$: ランダムポテンシャルによる常流体

３、計算結果

実験との比較

フリーパラメーター…２つ

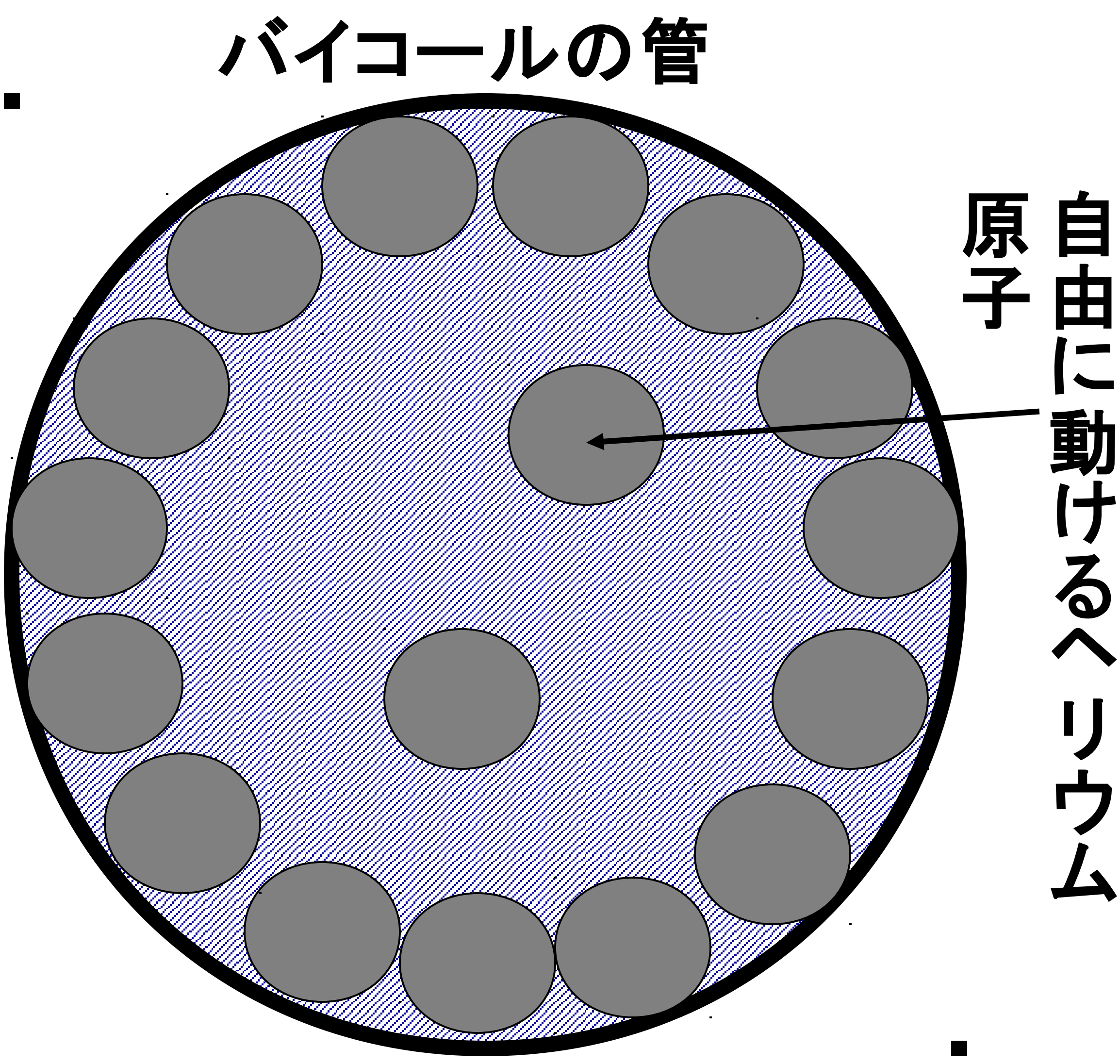
n : 粒子数密度
→ バイコール中の原子の振る舞いを仮定する。

R_0 : ランダムポテンシャルの大きさ
→ 実験と比較して見積もる。

（バイコールグラスの平均内径は30～40Å
でとる）

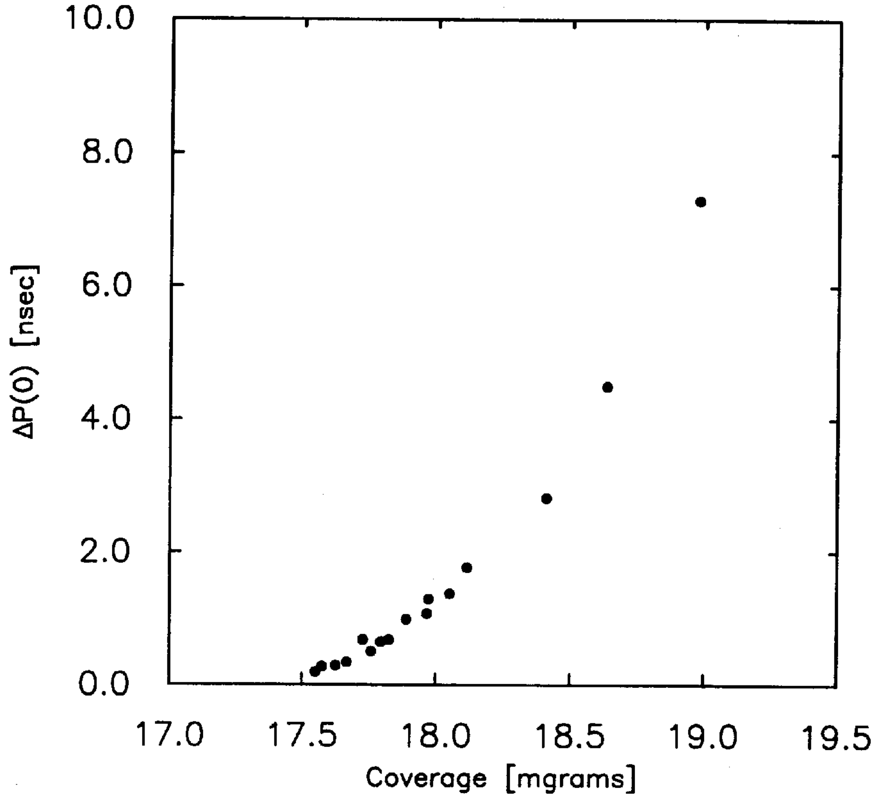
粒子数密度の見積もり

実際のバイコールの空間充填率は約30%～60%である。ここに液体ヘリウムを注入するとヘリウムは壁とのファンデアワールス力により壁面に吸着する。残りが実際に気体となって動けるヘリウム原子と考え、粒子数密度を見積もる。

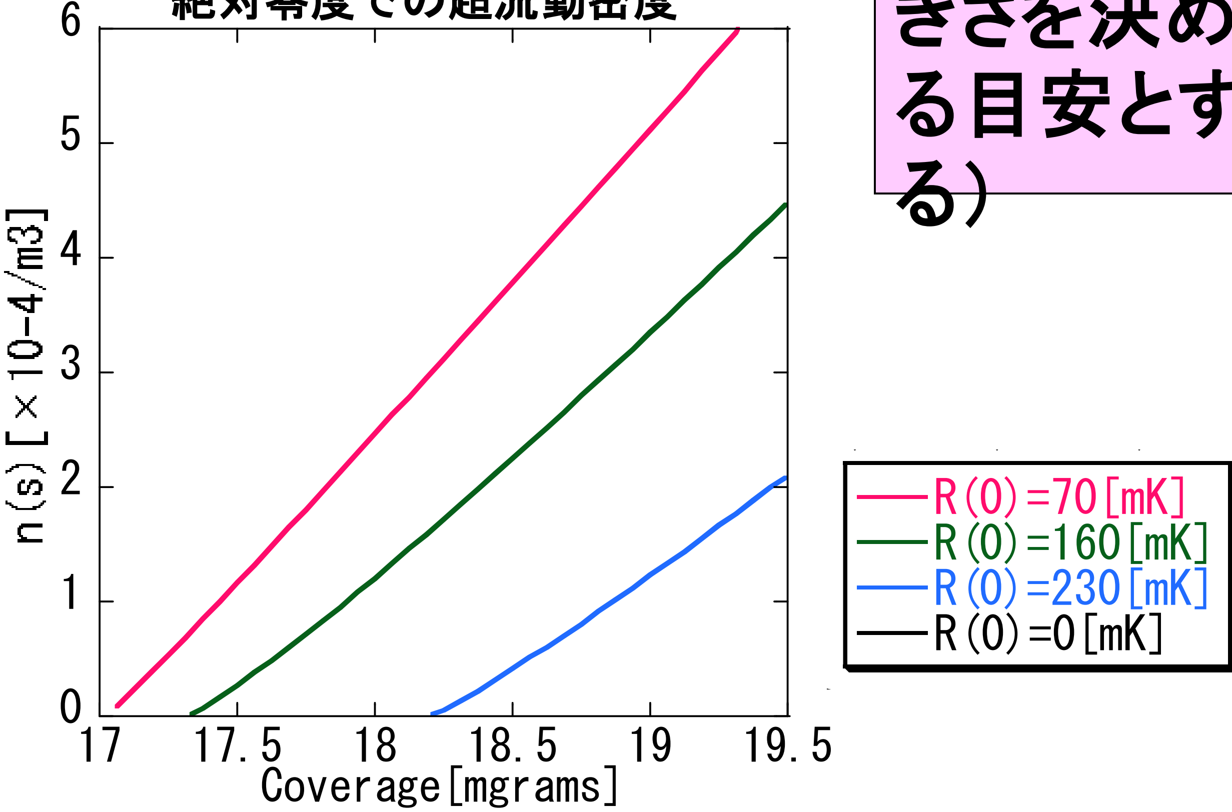


R(0)の見積もり

(ほぼ)絶対零度での注入量を変化させたときの超流動の測定



絶対零度での超流動密度

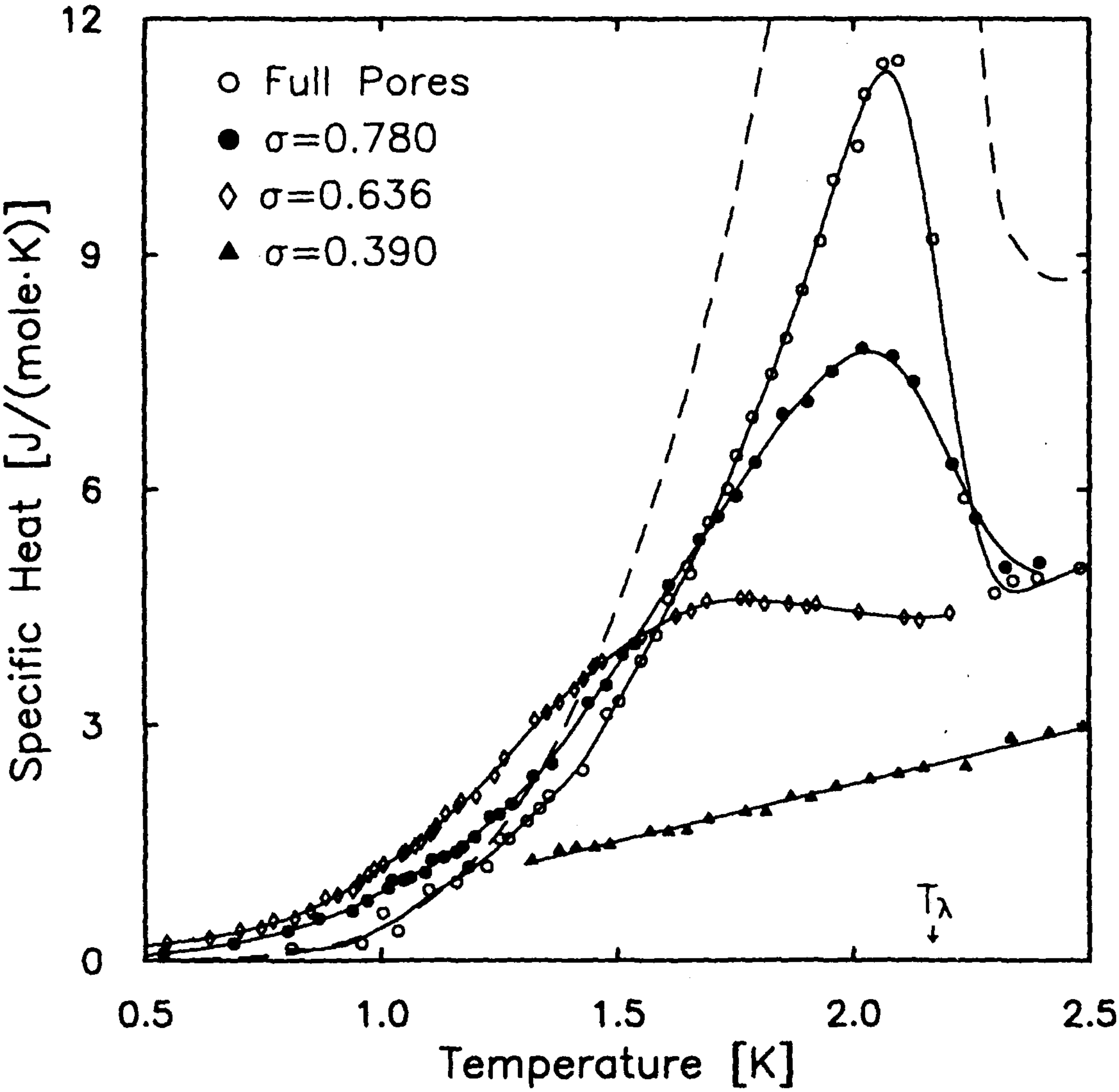


実験、計算ともに超流動はある注入量以下で消失する(ポテンシャルの大きさを決める目安とする)

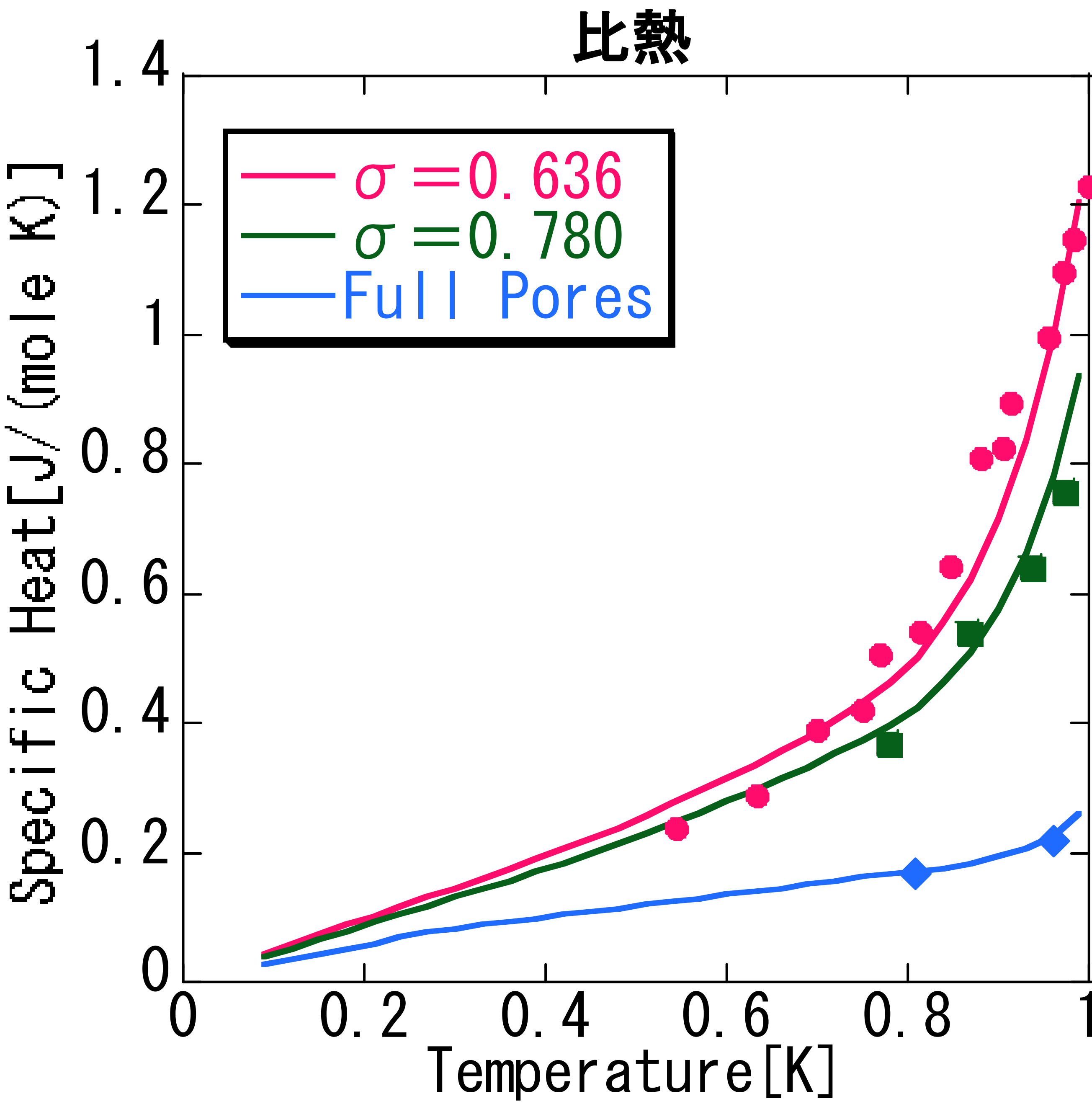
実験との比較

John.D.Reppy.J.LowTemp.Phys.87,205(1992).

比熱の測定

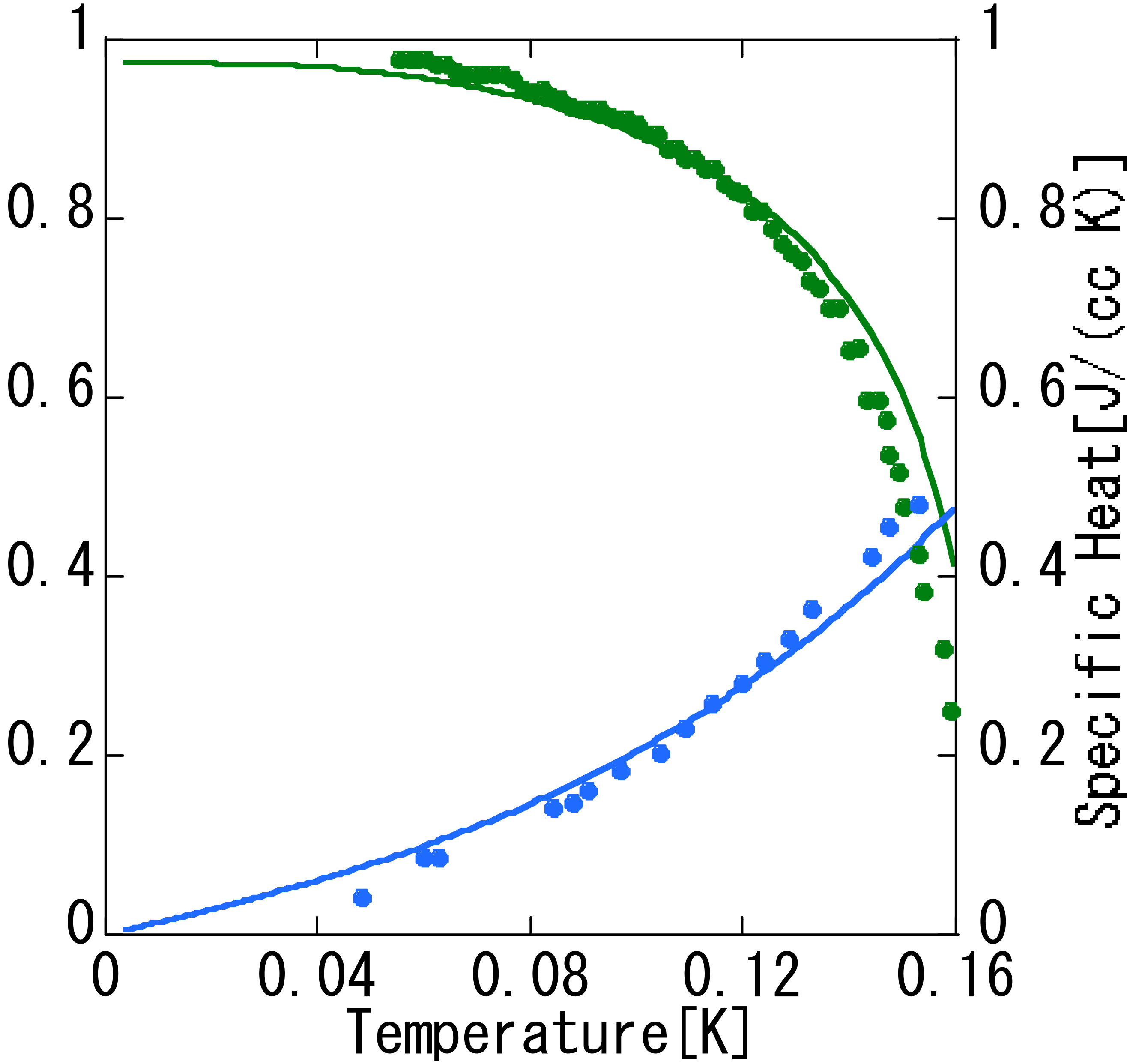


低温部分を計算と比較する

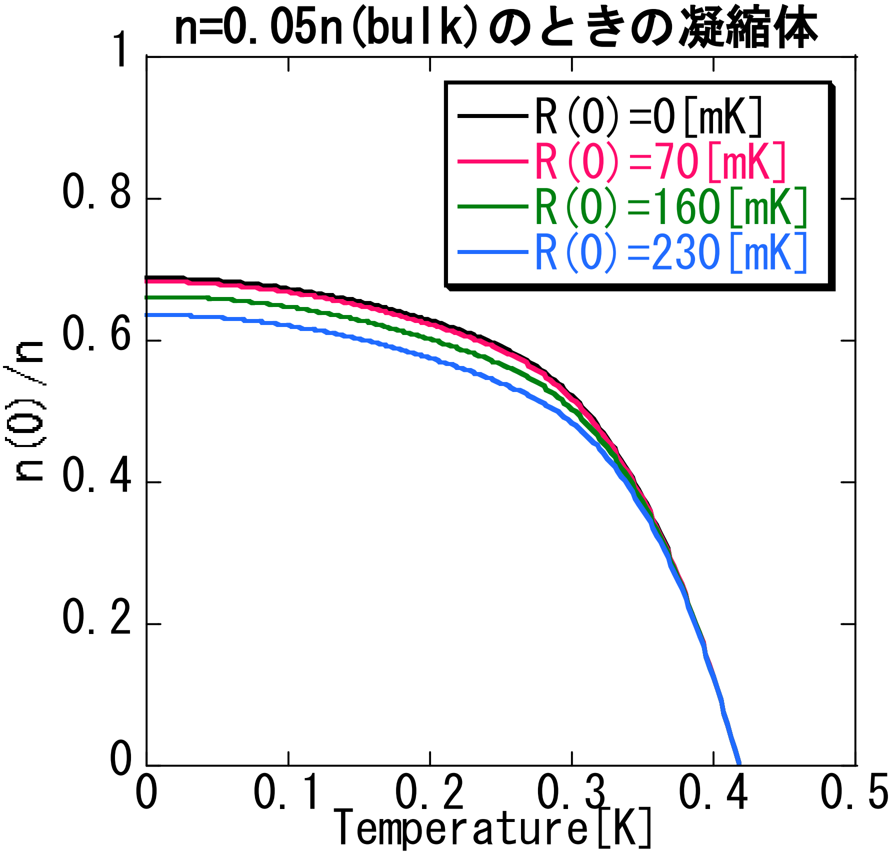


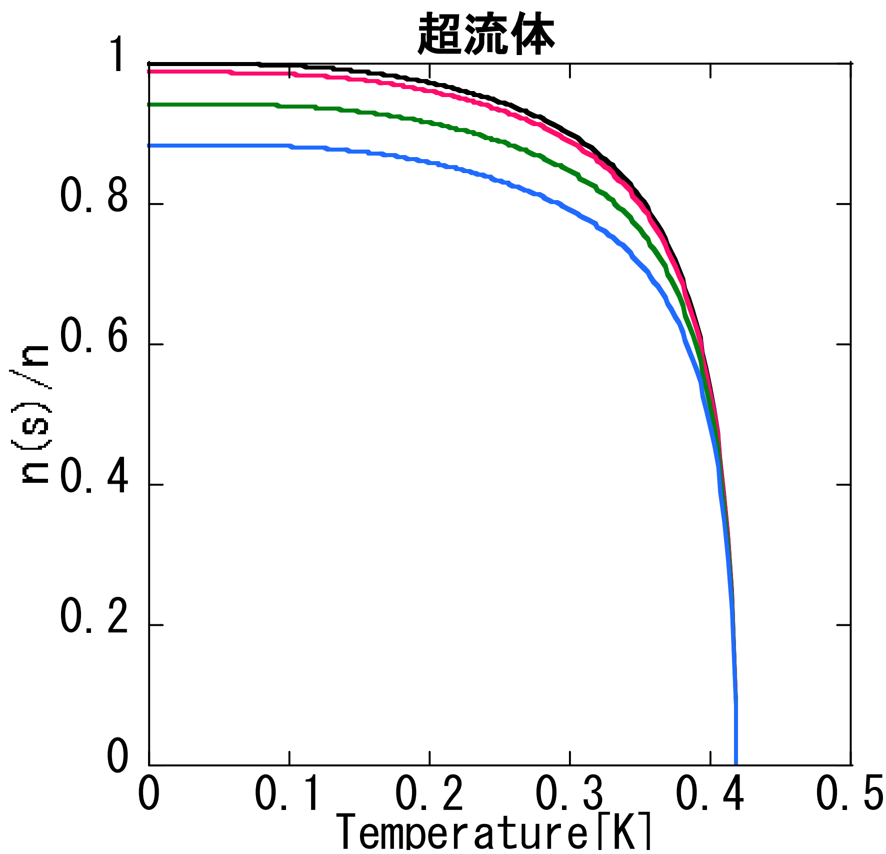
比熱
σ＝0.636
σ＝0.780
Full Pores
Specific Heat[J/(mole K)]
Temperature[K]
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4

さらに希薄なときの比熱と超流動の比較



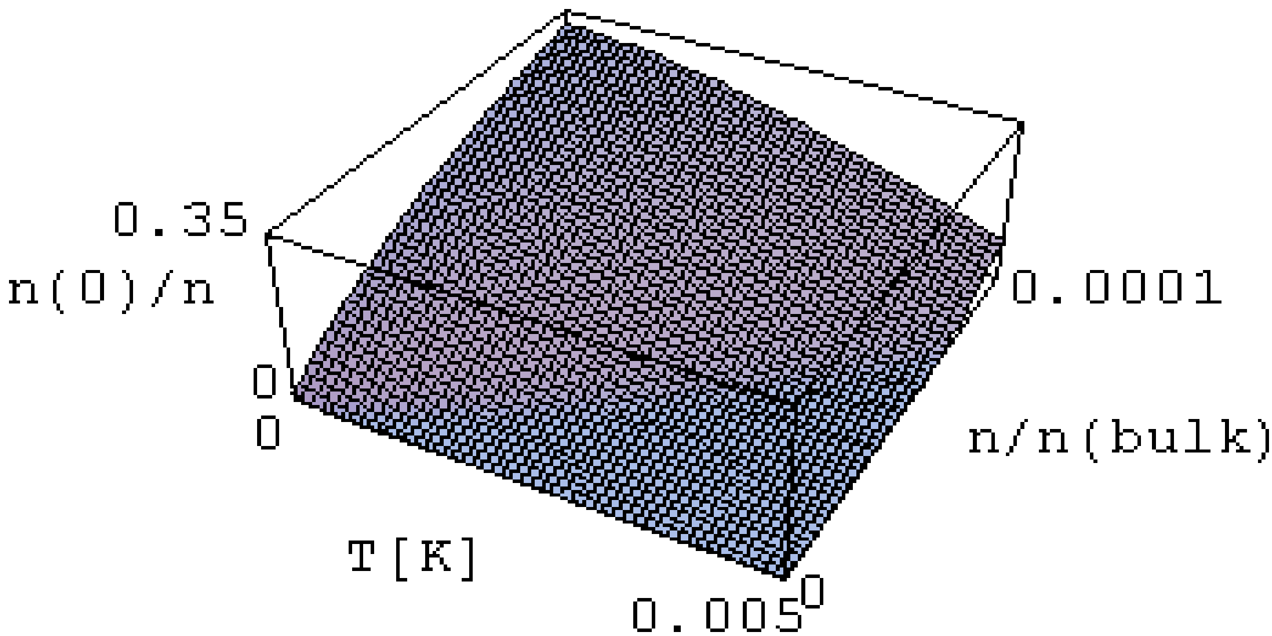
実験と計算で比熱のオーダーが非常によく合っている。



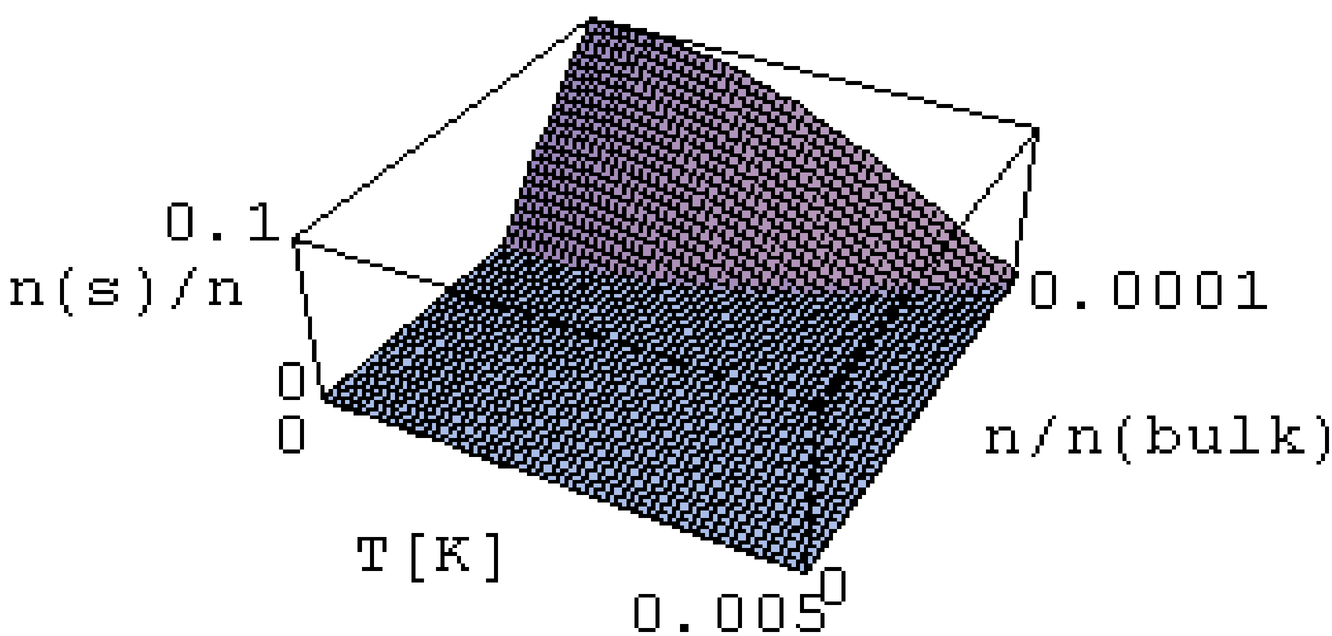


凝縮体、超流体ともにポテンシャルによって少し抑えられている。

凝縮体



超流体



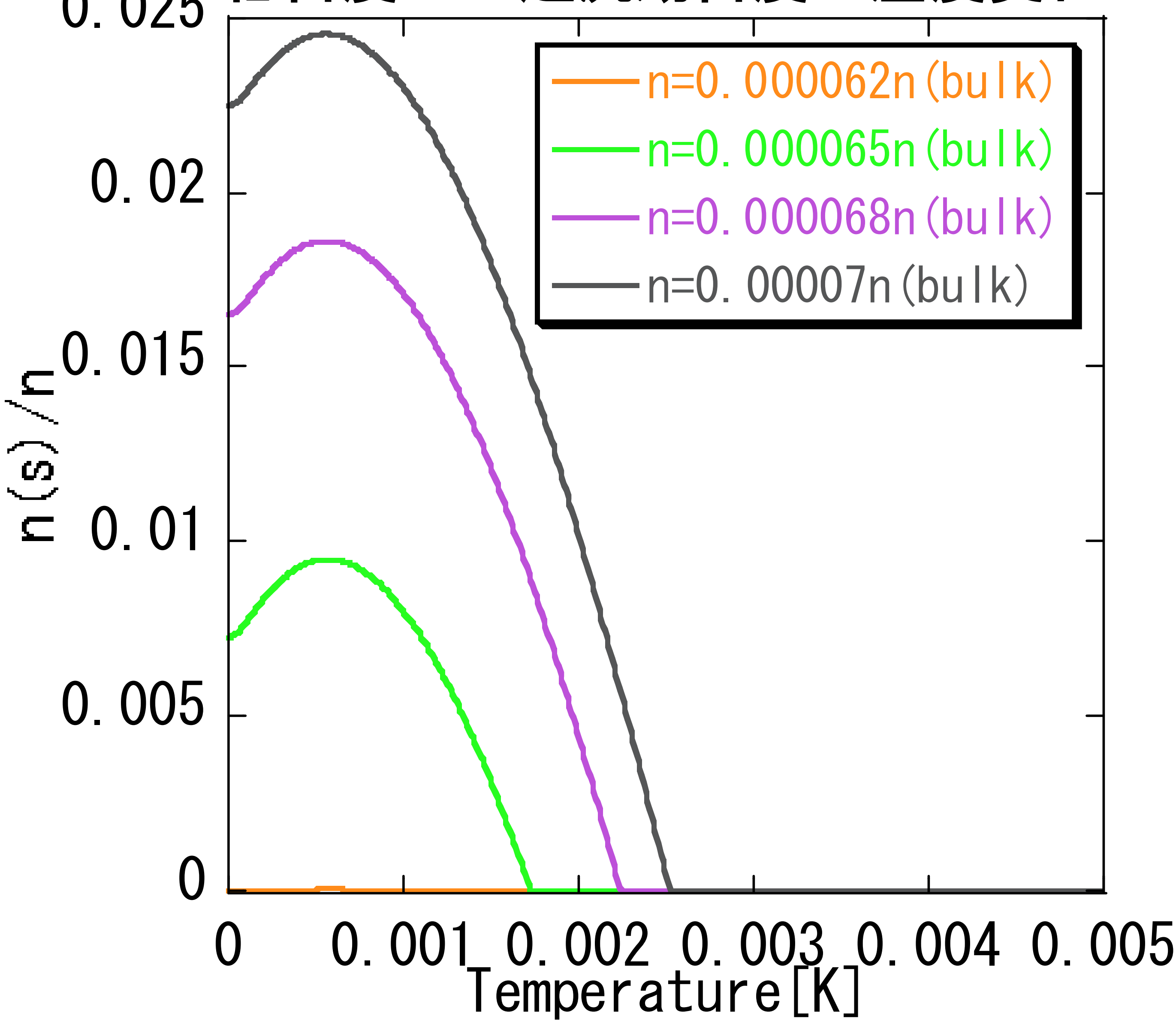
凝縮していながら超流動がない領域がある

→最近のバイコールの中性子散乱の実験

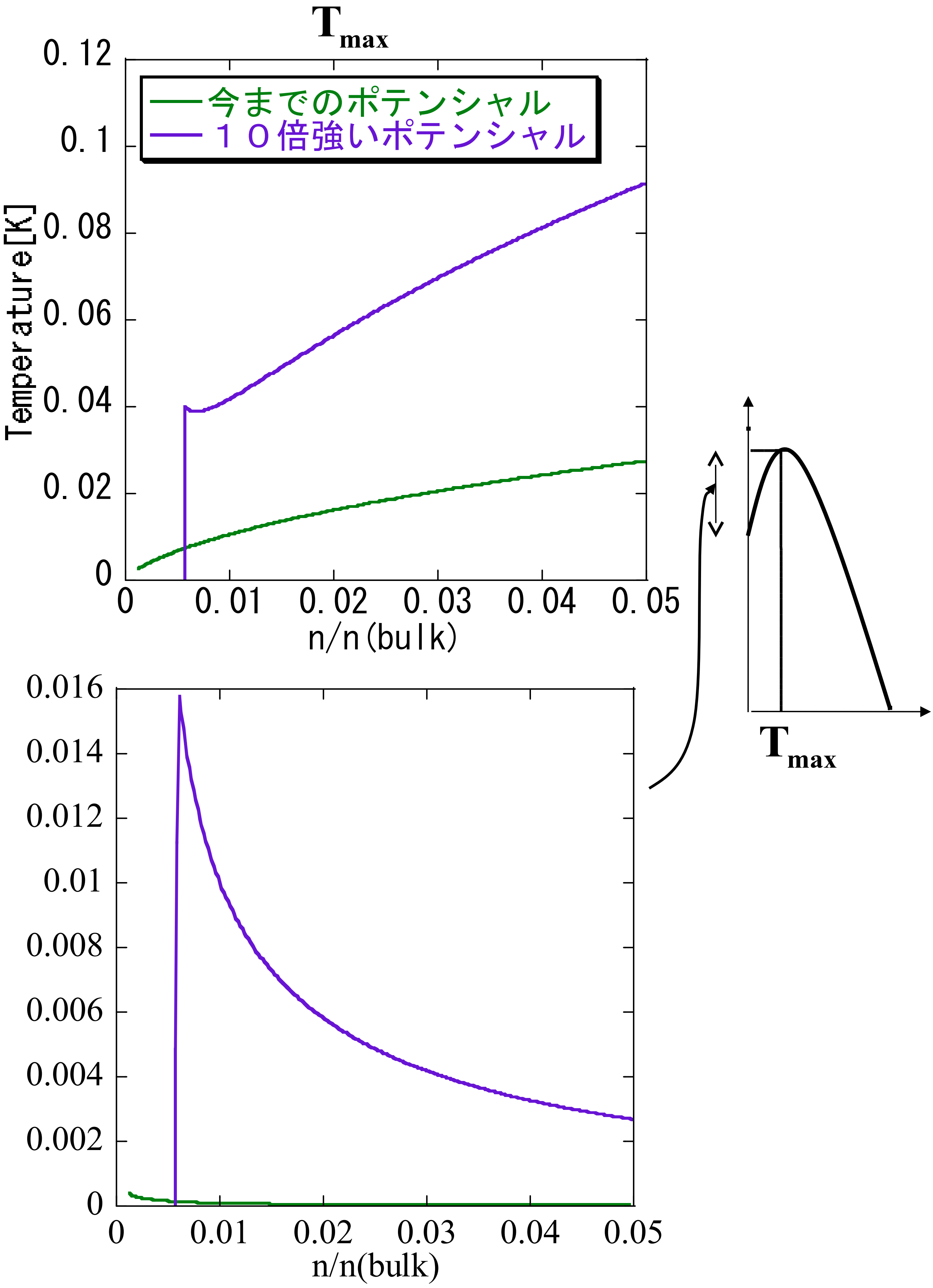
O.plamtevin et al. Phys.Rev.B.63,224508(2001)

で、同様のことが言われている。

低密度での超流動密度の温度変化



低密度で超流動は再帰型の分布をする(実験では確認されていない)



Tmax
0.12
0.1
0.08
0.06
0.04
0.02
0
Temperature[K]
今までのポテンシャル
１０倍強いポテンシャル
0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
n/n(bulk)
0.016
0.014
0.012
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0
0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
n/n(bulk)
Tmax

4、まとめと課題

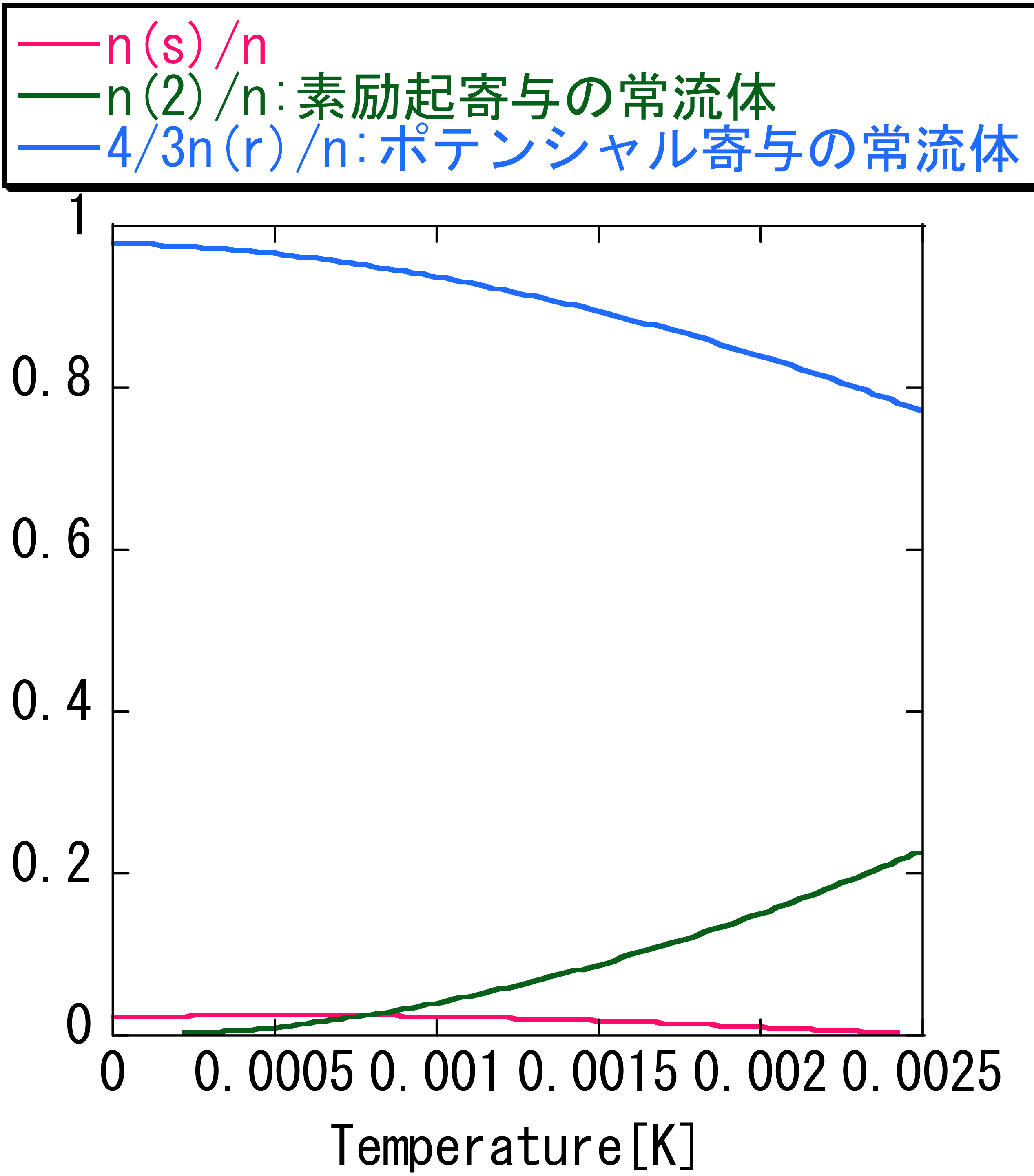
•今回の計算ではボコリューボフ変換を用いているので絶対零度付近のみ正しいと思われる。

•超流体、凝縮体はランダムポテンシャルによって抑制され、さらに凝縮体が存在していながら超流動がない状態が現れた。

•超流体の再帰形の分布は実験では観測されていないがランダムポテンシャルの強さを実験的に変えることができるのならばそれは見ることができるかもしれない。

•超流動の破壊で凝縮体に何が起こっているのかを考察する必要がある。

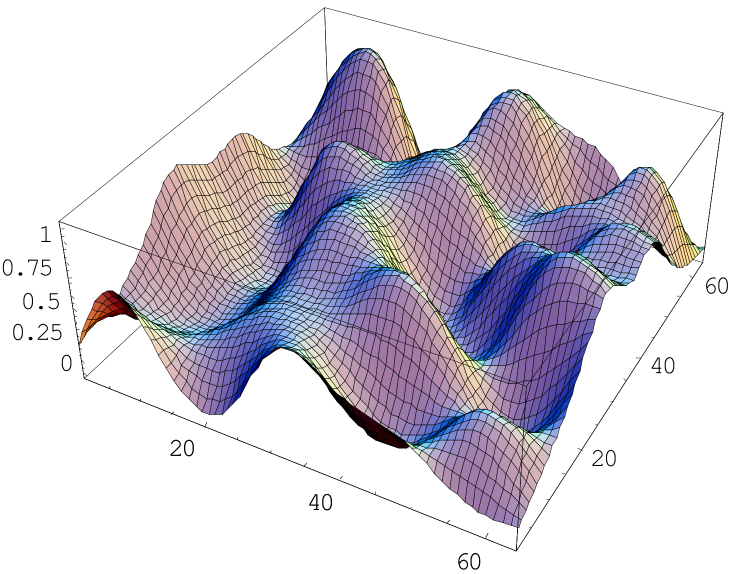
•温度の近似を上げ、より高温の物理量も計算できるようにし、実験と比較する。



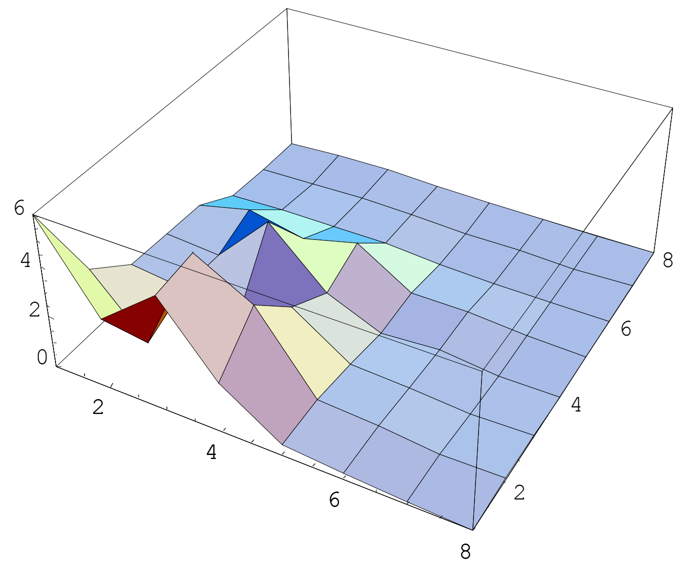
低密度では温度が上がるとある温度まで素励起の常流体の増加より、n(0)が減ることによるポテンシャルの常流体の減少のほうが大きく、よって再帰型の分布となる。

現在行っている研究

ランダムなポテンシャル



フーリエ変換

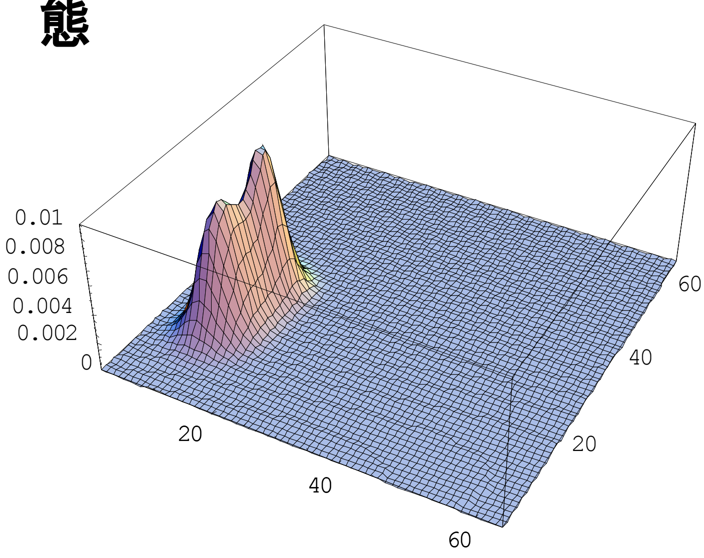


凝縮体を扱う方程式 :Gross – Pitaevskii方程式

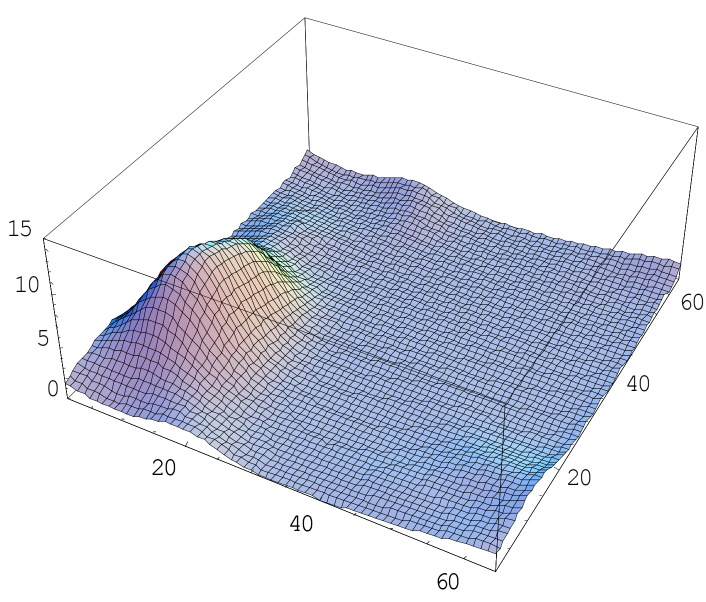
$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = (-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \mu + g|\Psi|^2 + V)\Psi$$

を用いてこの外場に対する基底状態を求める。

ポテンシャルに対するシュレディンガー方程式の基底状態



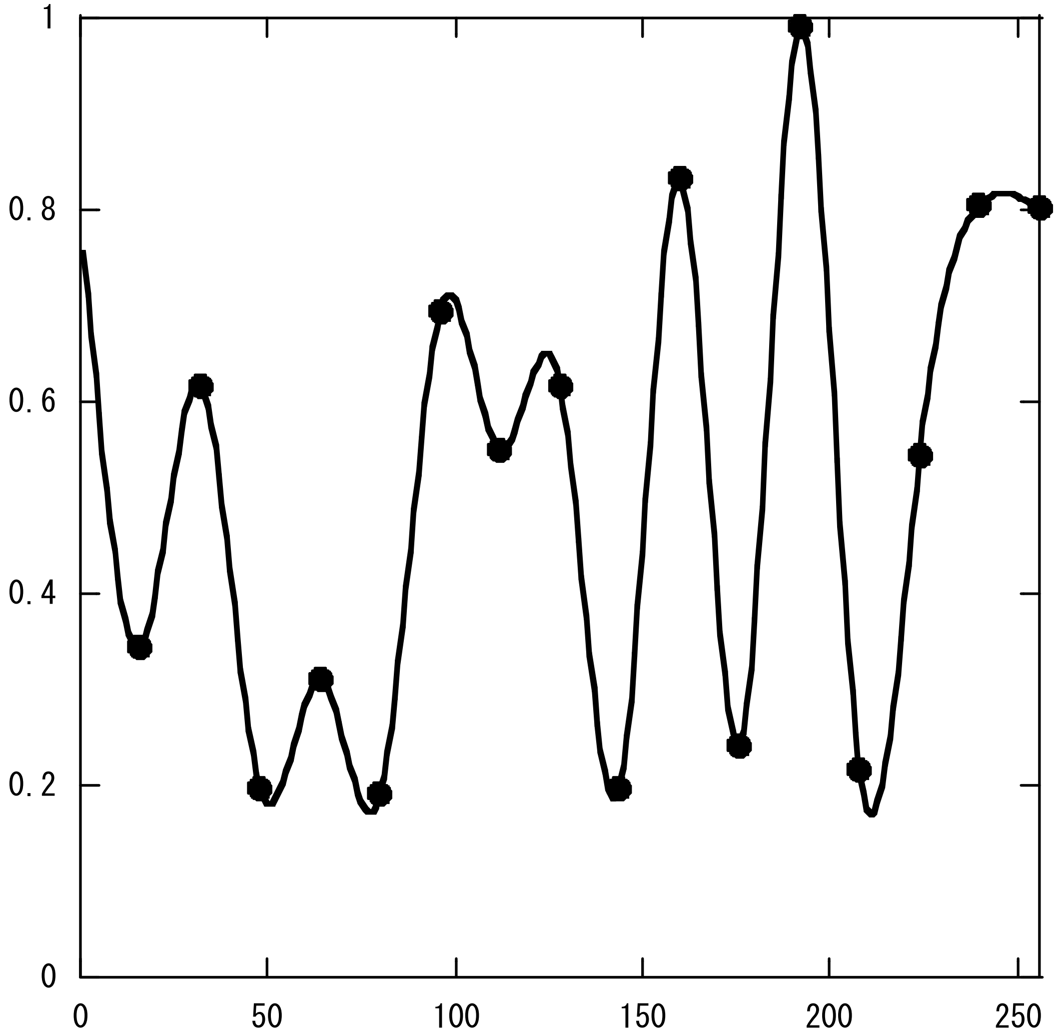
g-p方程式の基底状態



ポテンシャルの決め方

ある間隔で乱数を振り、それを３次スプライン補間でつなぐ。自由に間隔が決められ、それは内径の大きさに相当すると思われる。

１次元のランダムな外場



点は（１６ごとに）振った乱数である