ランダムポテンシャル中の強相関ボース流体のボース凝縮

大阪市立大学理学部物理学科
小林　未知数　・　坪田　誠

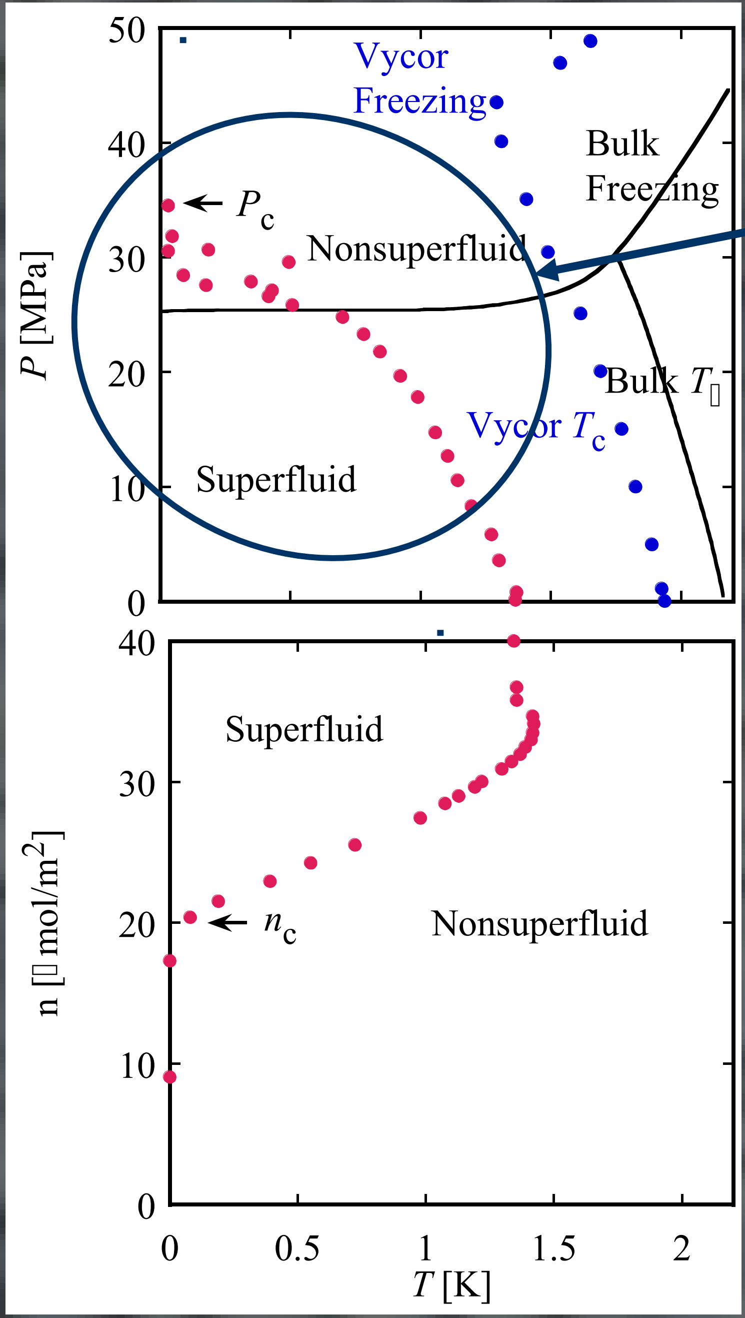
1. 研究目的
2. モデルと前回の計算
3. 計算方法と結果
4. まとめと今後の課題

研究目的

Vycorグラスのような多孔質ガラスでの液体^{4}Heのボース凝縮、超流動の振る舞いを調べる

多孔質ガラス

	孔径 (Å)	充填率 (%)	内部表面積 (m^2/cm^3)
Geltech silica	~30	~40	~130
Vycor	~60	~50	~150
Aerogel	~数100	~90	~250



強相関領域で超流動が消失する

本研究の目的

多孔質ガラス中の液体^{4}Heの様々な密度(⇔粒子間相互作用)領域におけるボース凝縮の振る舞い(転移温度を計算する)

モデル:ランダムポテンシャル中の3次元ボース流体

K. Yamamoto et. al, cond-mat 0310375

モデル

ランダムポテンシャル中の三次元ボース流体

$$\hat{K} = \int \mathrm{d}\boldsymbol{x}\, \hat{\Psi}^{\dagger}(\boldsymbol{x}) \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \mu \right] \hat{\Psi}(\boldsymbol{x}) \quad \text{:運動エネルギー}\ \hat{K}_0$$

$$+ \int \mathrm{d}\boldsymbol{x}\, \hat{\Psi}^{\dagger}(\boldsymbol{x})\, V(\boldsymbol{x})\, \hat{\Psi}(\boldsymbol{x}) \quad \text{:ランダムポテンシャル}\ \hat{K}_{\mathrm{R}}$$

$$+ \frac{g}{2} \int \mathrm{d}\boldsymbol{x}\, \hat{\Psi}^{\dagger}(\boldsymbol{x})\, \hat{\Psi}^{\dagger}(\boldsymbol{x})\, \hat{\Psi}(\boldsymbol{x})\, \hat{\Psi}(\boldsymbol{x}) \quad \text{:粒子間相互作用}\ \hat{K}_{\mathrm{I}}$$

$\Psi(\boldsymbol{x})$: ボ[illegible] μ: 化学ポテンシャル

$V(\boldsymbol{x})$: ランダムポテンシャル

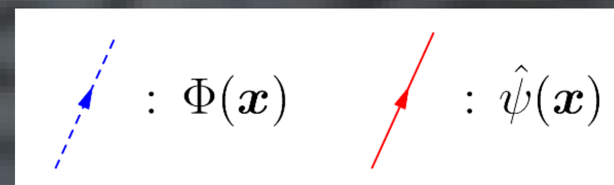
g: 粒子間相互作用の結合定数

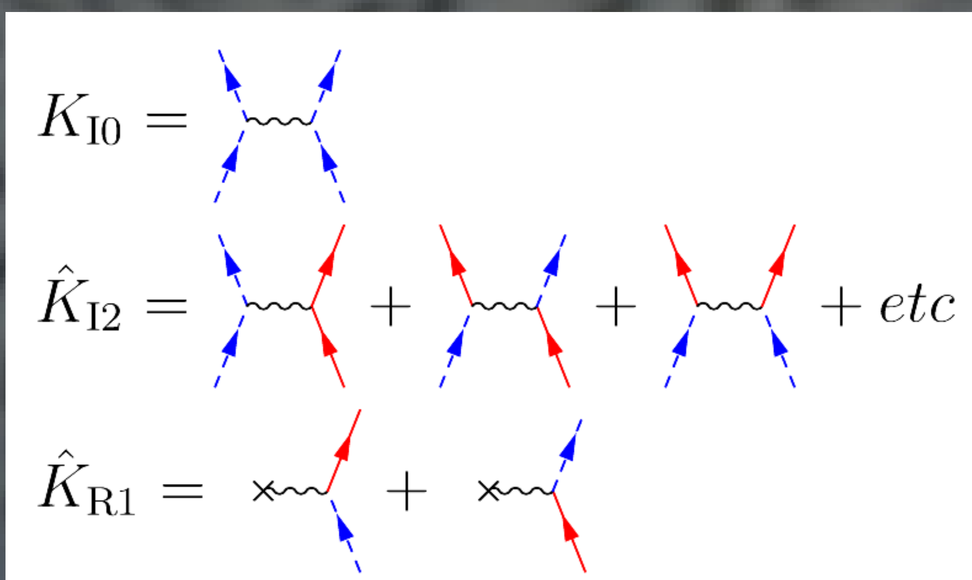
前回の計算

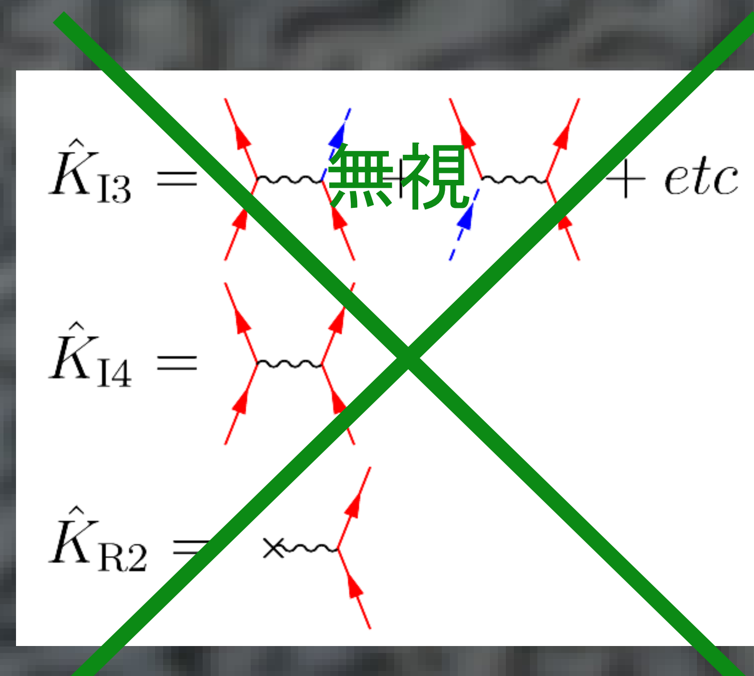
低温希薄領域でのボース凝縮と超流動の計算

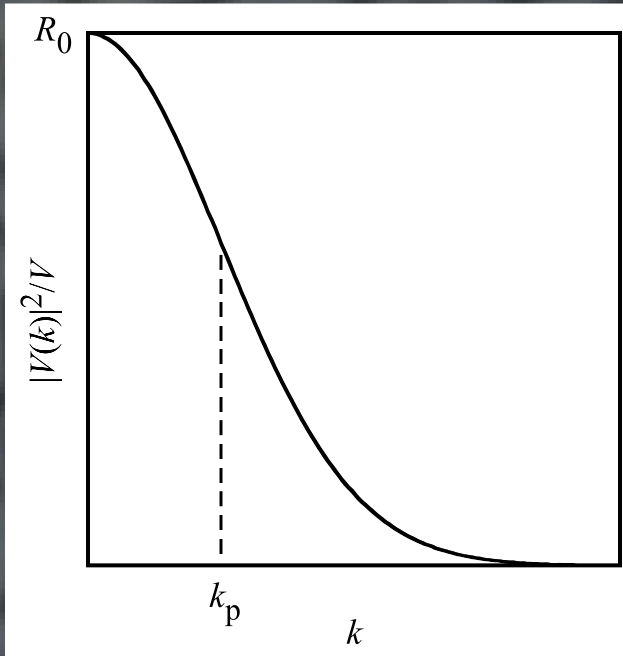
M. Kobayashi and M. Tsubota, Bussei Kenkyu (Kyoto) 80 (2003) 729

$$\hat{\Psi}(x) \to \Phi(x) + \hat{\psi}(x)$$









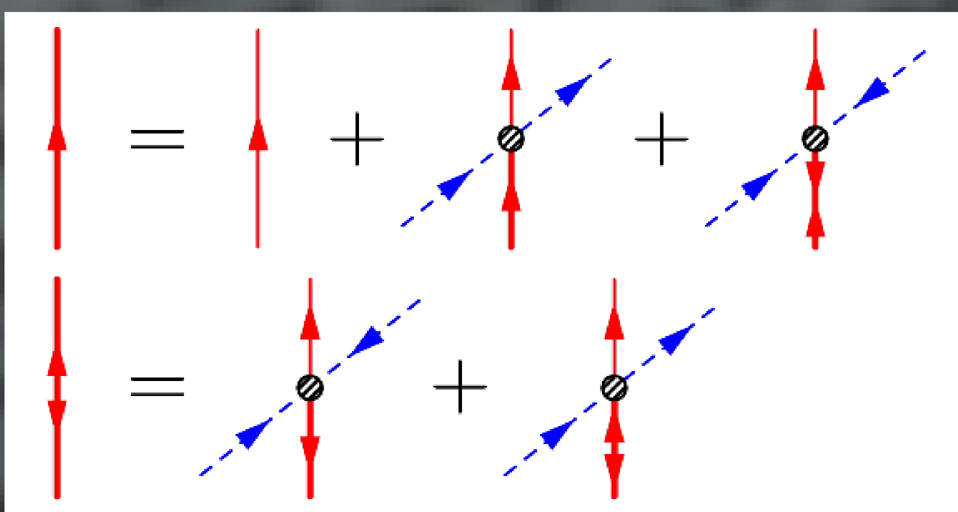
$$\frac{|V(k)|^2}{V} = R_0 \exp\left(-\frac{k^2}{2k_{\mathrm{p}}^2}\right)$$

$$k_{\mathrm{p}} = 2\pi / r_{\mathrm{p}}$$

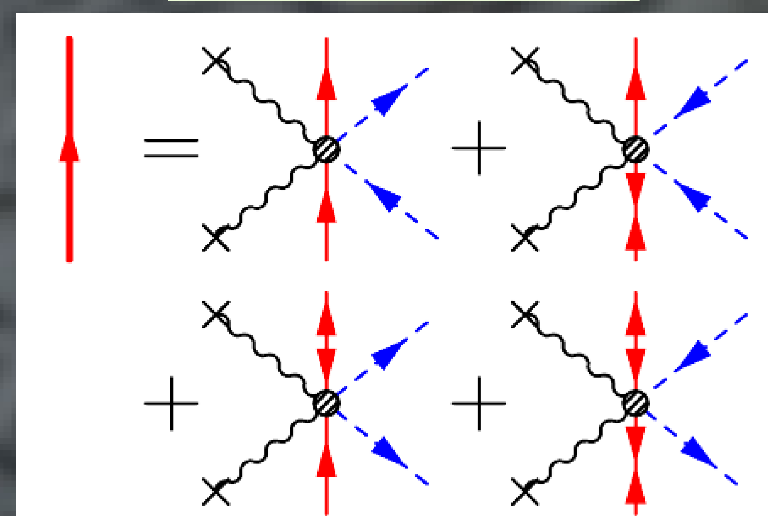
←アンサンブル平均されたランダムポテンシャルの波数依存性

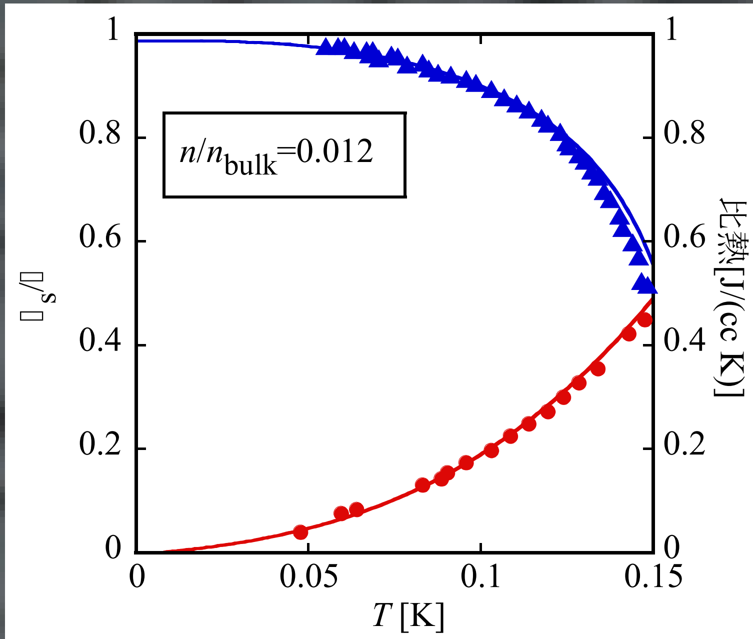
R_0:ランダムポテンシャルの特徴的な強度
k_{p}:孔径に相当する波数

Perturbation of K_{I2}



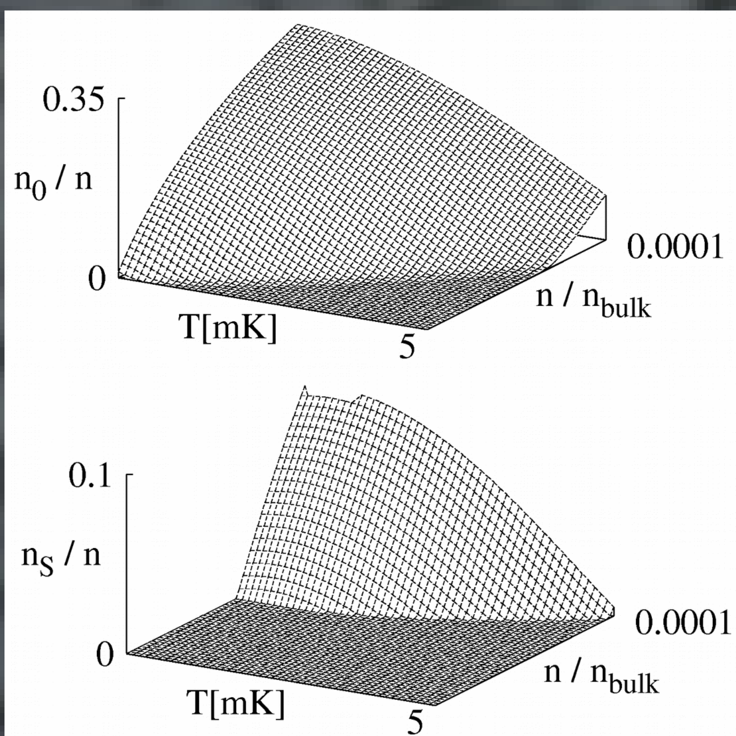
Perturbation of K_{R1}

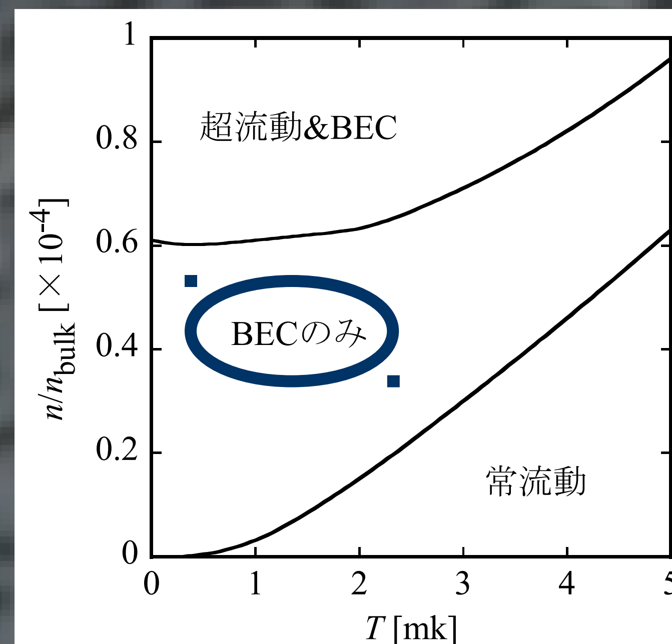




J. D. Reppy, J. Low Temp. Phys. 87(1992)205

低温低密度領域においてフリーパラメーターなしで実験結果とよく一致する

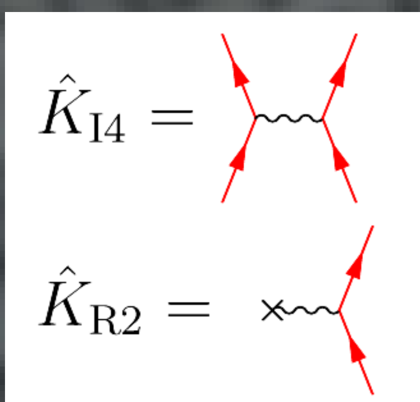




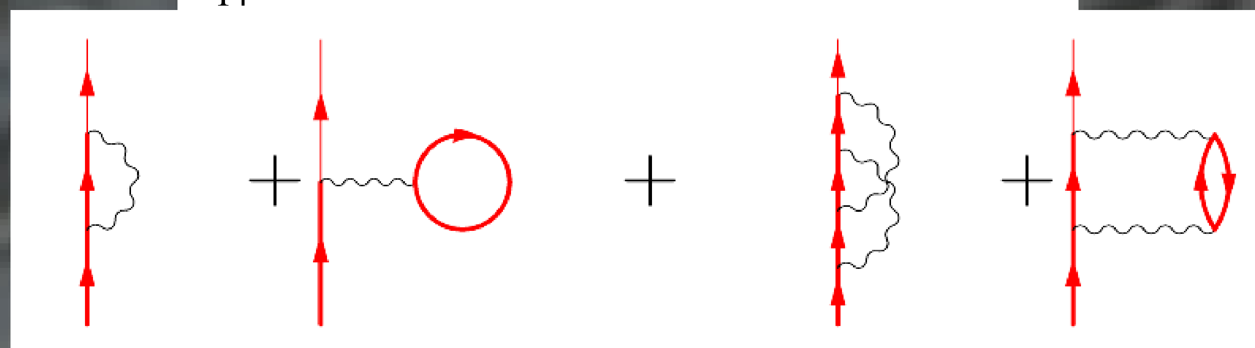
凝縮体が超流動になれない

今回の計算

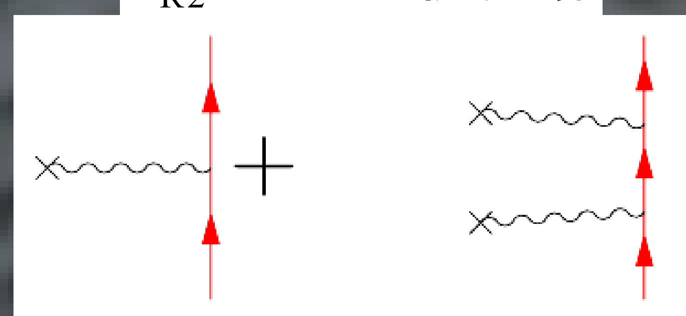
高温かつ粒子間相互作用の強い領域の計算
⇒ボース凝縮の転移温度の決定



$K_{\mathrm{I}4}$: 2ループの自己無撞着計算を用いたくりこみ



$K_{\mathrm{R}2}$: 2次までの摂動計算



粒子間相互作用における2-loopの自己無撞着計算を用いたくりこみ

温度Green関数

$$\hbar G(\mathrm{i}\omega_n, k)^{-1} = \mathrm{i}\hbar\omega_n - (\varepsilon_k^0 - \mu) - \hbar\Sigma(\mathrm{i}\omega_n, k)$$

$$\omega_n = \frac{2n\pi}{\beta\hbar}, \quad \varepsilon_k^0 = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

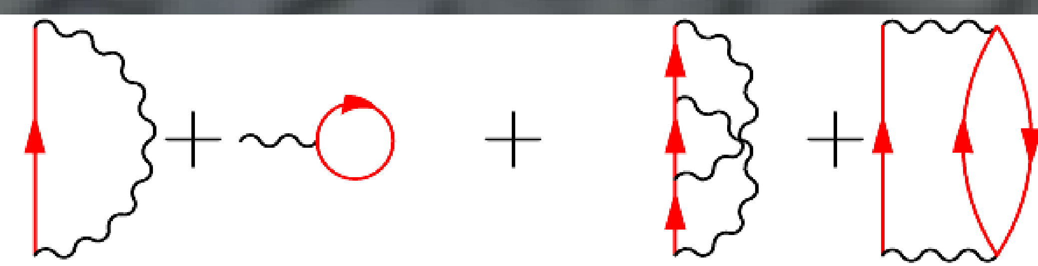
T=T$_c$上では

$$\mu = \hbar\Sigma^{(2)}(0,0)$$

$$\hbar G(\mathrm{i}\omega_n, k)^{-1} \approx \hbar G(0, k)^{-1}$$

$$= -(\varepsilon_k^0 - \mu) - \hbar\Sigma(k) = -\varepsilon_k^0 - \hbar[\Sigma(k) - \Sigma(0)]$$

$\Sigma(k) =$



$$\hbar[\Sigma(k)-\Sigma(0)] = \frac{32\pi^2\hbar^2}{m}\left(\frac{a}{\lambda^2}\right)^2 \int_0^\infty \mathrm{d}x\left[\frac{2}{x}+\log\left|\frac{1-x}{1+x}\right|\right]$$

x : 無次元化した波数

$$\lambda^2 = \frac{2\pi\beta\hbar^2}{m} : \text{thermal wave length}$$

長波長のLog発散⇒摂動を2次で止めたことが原因
長波長側でエネルギースペクトルをスケーリングして発散を回避する⇒高次の摂動を考慮する

Scaling of energy ε_k

$$\varepsilon_k = \begin{cases} \dfrac{\hbar^2}{2m} k^\alpha k_c{}^{2-\alpha} & (k < k_c) \\ \dfrac{\hbar^2 k^2}{2m} & (k > k_c) \end{cases}$$

$$\varepsilon_k - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \hbar[\Sigma(k)-\Sigma(0)] = 0$$

$$\hbar[\Sigma(k)-\Sigma(0)] \to \varepsilon_k = \frac{\hbar^2}{2m} k^\alpha k_c{}^{2-\alpha}$$

for $k << 1$

計算結果

$$\alpha = 3/2$$

$$\hbar\left[\Sigma(k) - \Sigma(0)\right] = \frac{1024\pi\hbar^2}{15m}\left(\frac{a}{\lambda^2}\right)^2\left(\frac{k}{k_c}\right)^{3/2}$$

$$= \frac{\hbar^2}{2m}k^{3/2}k_c^{\ 1/2}$$

$$\Rightarrow k_c = 32\sqrt{\frac{2\pi}{15}}\left(\frac{a}{\lambda^2}\right)$$

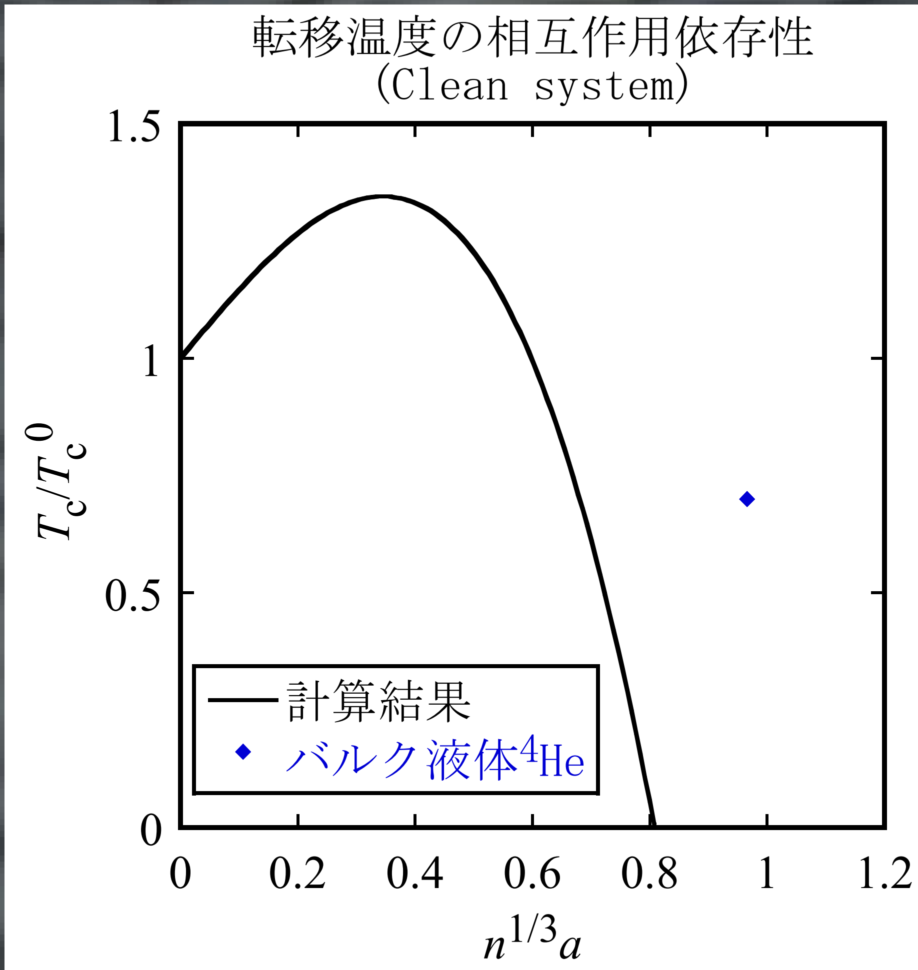
a: 粒子の散乱長

相互作用の弱いところでは

$$\frac{\Delta T_c}{T_c^{\ 0}} = \frac{4\lambda k_c}{3\pi\zeta(3/2)}\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}+1} \simeq 1.5n^{1/3}a$$

転移温度の上昇

強相関領域での計算結果

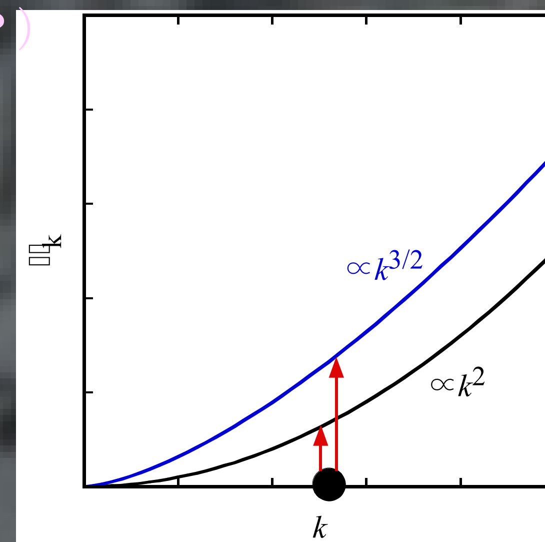


転移温度の上昇:スペクトルが

$\varepsilon_k \propto k^2 \to k^{3/2}$

となることで凝縮体の素励起への熱励起が減る。

(アルカリ原子BECで観測可能か？)



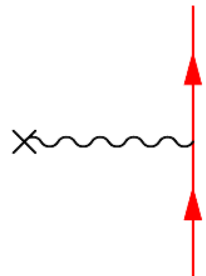
バルク液体4Heとの違い
⇒長距離の引力が原因か？

転移温度の下降:相互作用が系のコヒーレンスを乱す

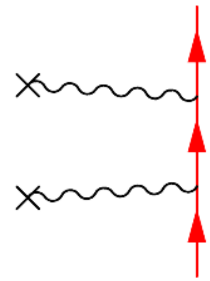
ランダムポテンシャルを入れた結果

ランダムポテンシャルは2次までの摂動を考慮する

$$G(\mathrm{i}\omega_n, k) \quad = \quad$$

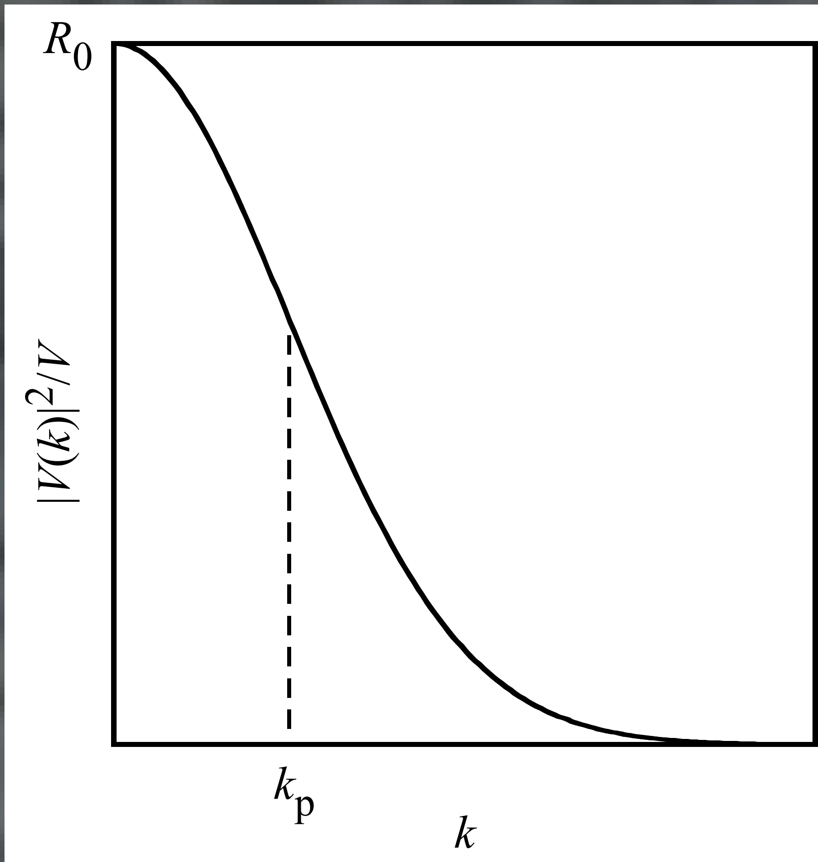


$$+$$



$$= \quad \sum_{\boldsymbol{k}'} \frac{|V(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')|^2}{\hbar^2 V^2} G^0(\mathrm{i}\omega_n, k) G^0(\mathrm{i}\omega_n, k') G^0(\mathrm{i}\omega_n, k)$$

$G^0(\mathrm{i}\omega_n,k)$:　粒子間相互作用のみ考慮されたGreen関数



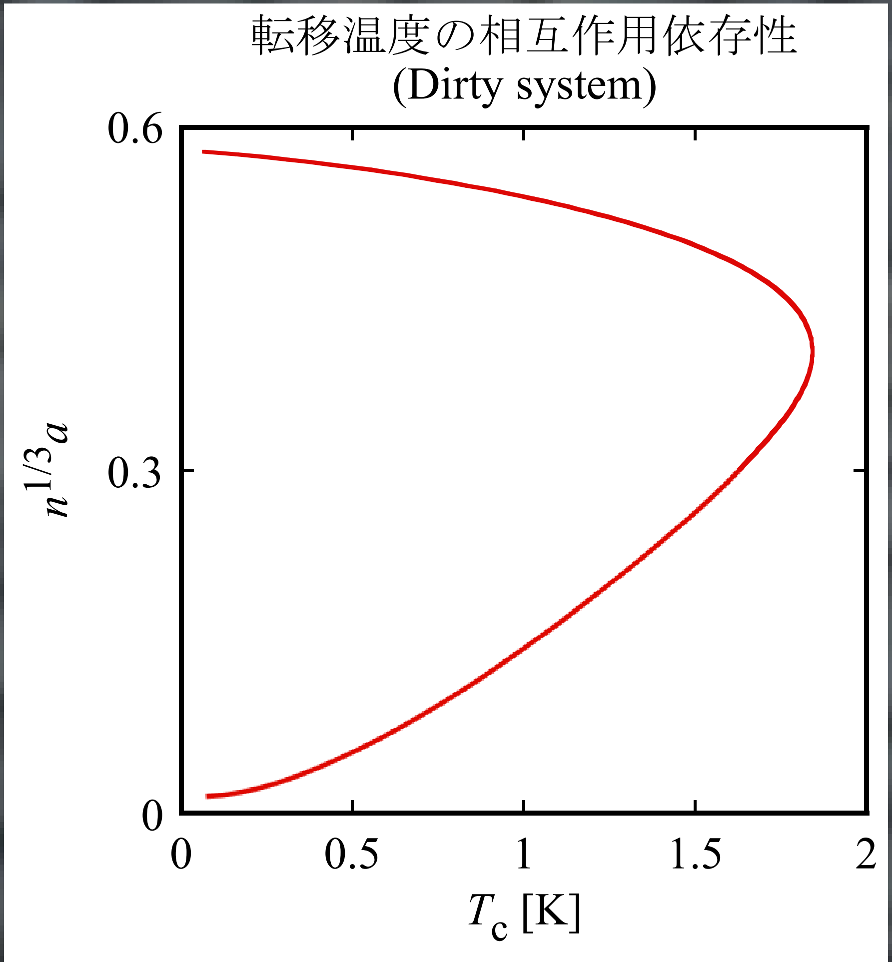
$$\frac{|V(k)|^2}{V} = R_0 \exp\left(-\frac{k^2}{2k_p^{\,2}}\right)$$

$$k_p = 2\pi / r_p$$

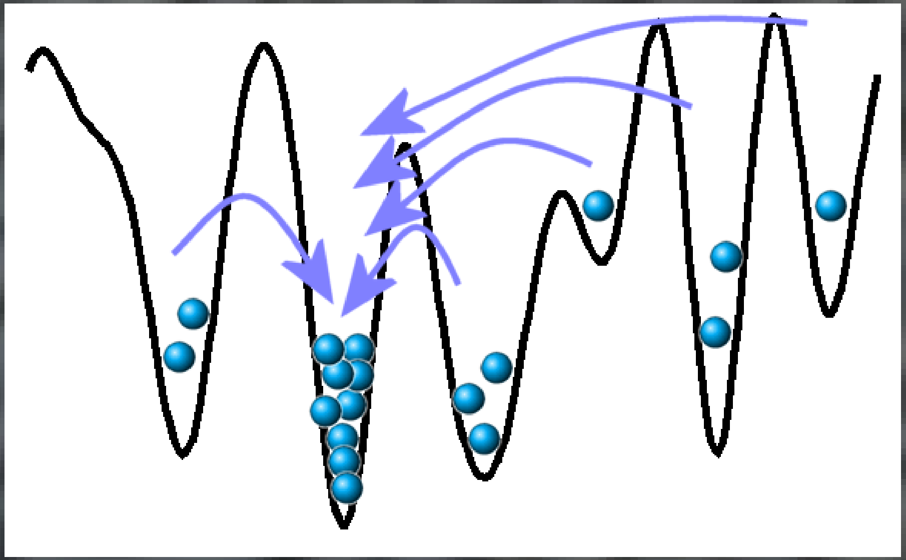
←ランダムポテンシャルに関して再びアンサンブル平均を取る

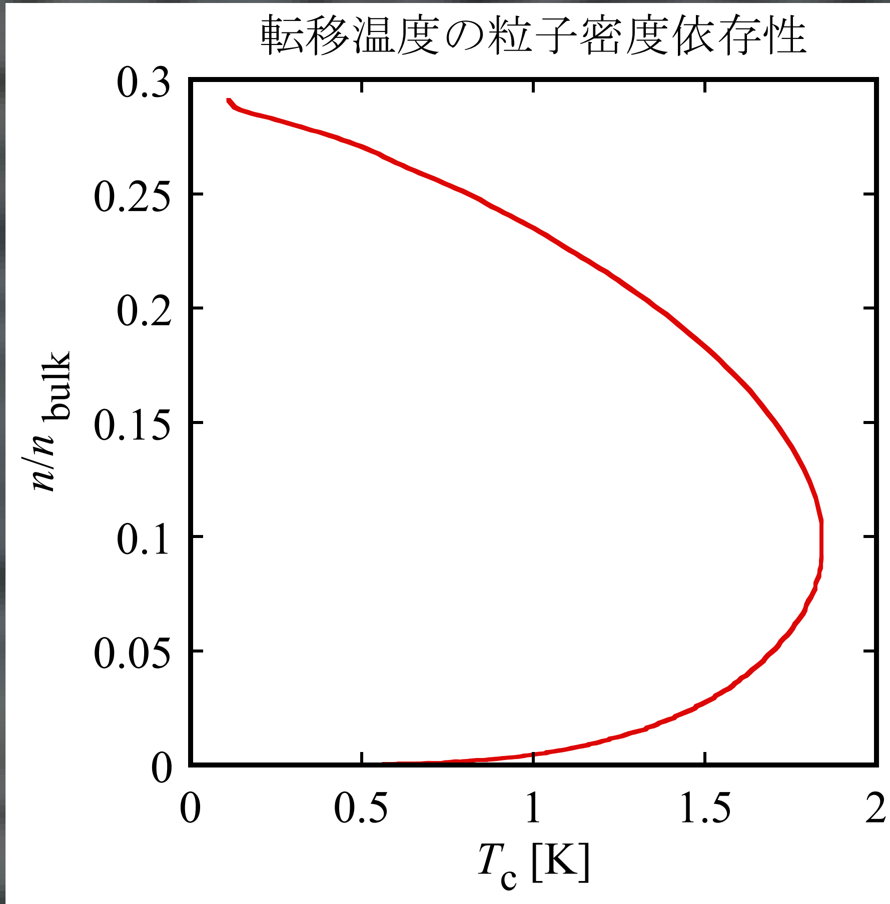
R_0:ランダムポテンシャルの特徴的な強度
k_p:孔径に相当する波数

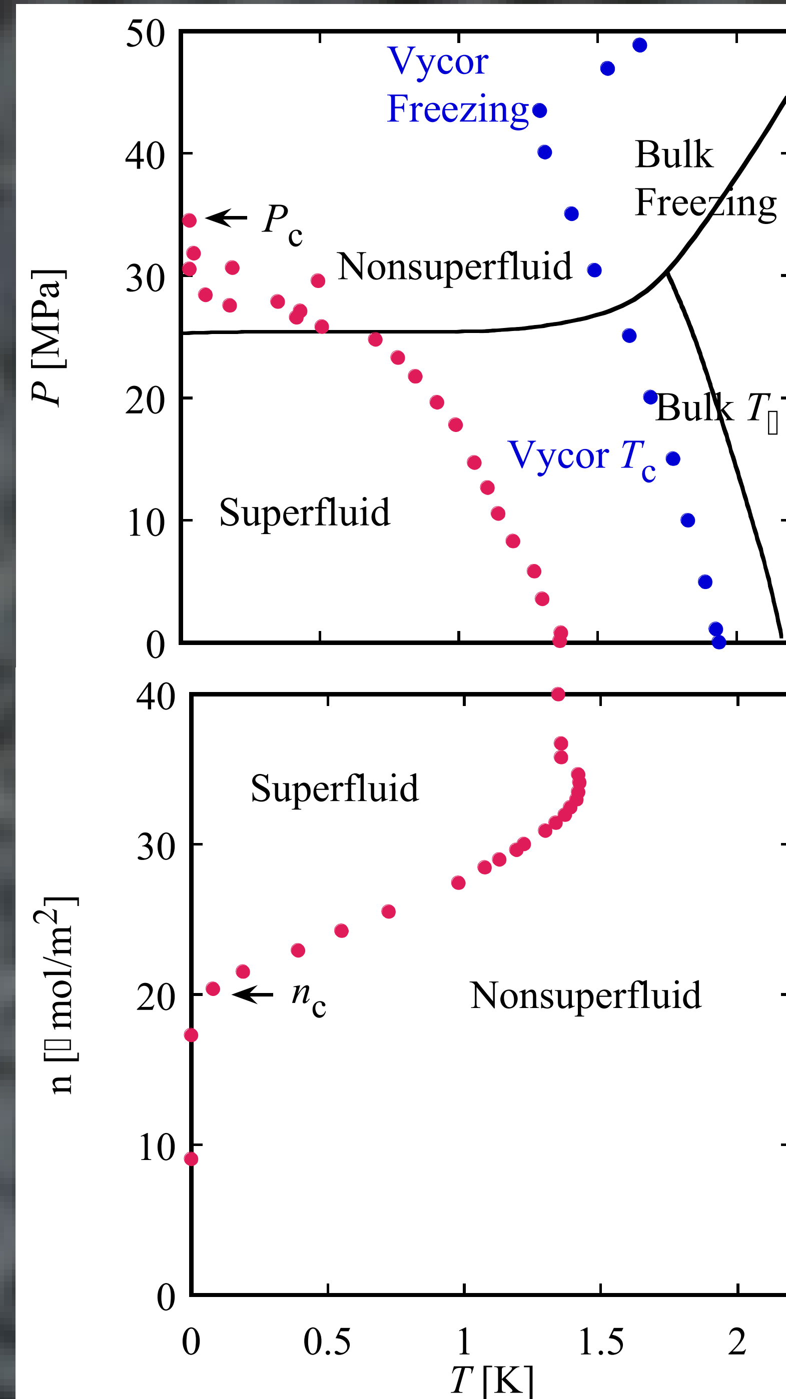
n=バルク液体^{4}Heの密度で固定したときの計算結果



相互作用が弱いとき:ポテンシャル最小点に粒子が集まることでボース凝縮が壊されると考えられる







超流動転移温度とボース凝縮の転移温度なので詳しい比較は出来ないが定性的な振る舞いは似ている

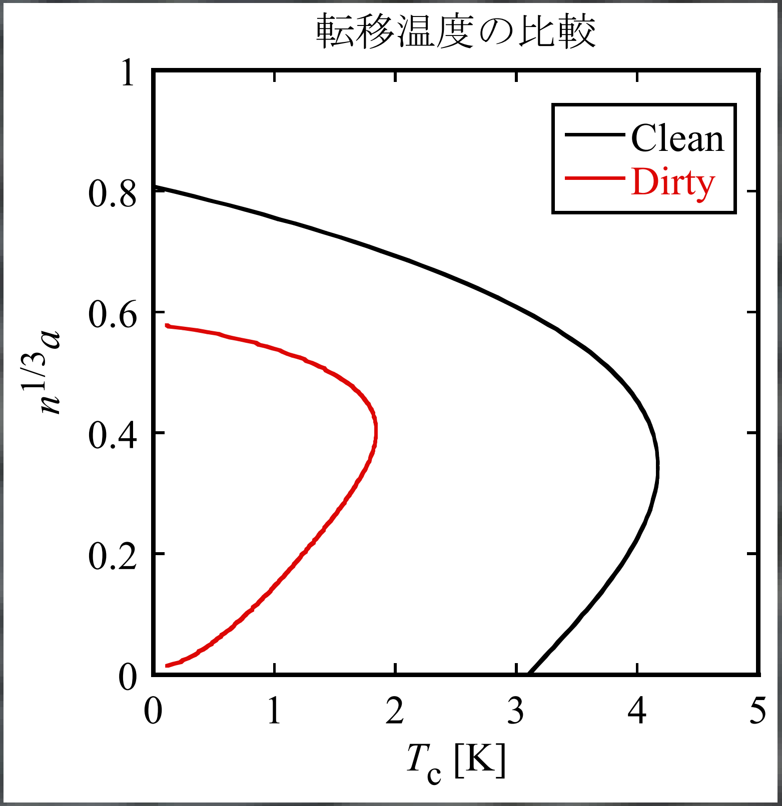
定量的にはかなり違う⇒やはり長距離の引力が原因か？

まとめ

1. 多孔質ガラス中の液体4Heの系に対してランダムポテンシャル中のボース流体のモデルを用いて解析を行った。
2. 粒子間相互作用に関して自己無撞着計算によるくりこみ、ランダムポテンシャルに関しては2次までの摂動をとることで、弱相関から強相関領域に至るまでのボース凝縮の転移温度を計算できるようになった。
3. 弱相関領域、強相関領域の両方でボース凝縮は抑制され、その中間領域でボース凝縮が存在できることを示すことが出来た。これは多孔質ガラス中の液体4Heの超流動の振る舞いとよく似ている。

今後の課題

1. 超流動の計算
2. エネルギーや比熱の計算
3. 強相関領域におけるボース凝縮の消失は何を意味するのか？
4. またClean systemとDirty systemでの違いは？



実験

多孔質ガラス中の超流動液体^{4}He

三次元的空洞を持つ
多孔質ガラス

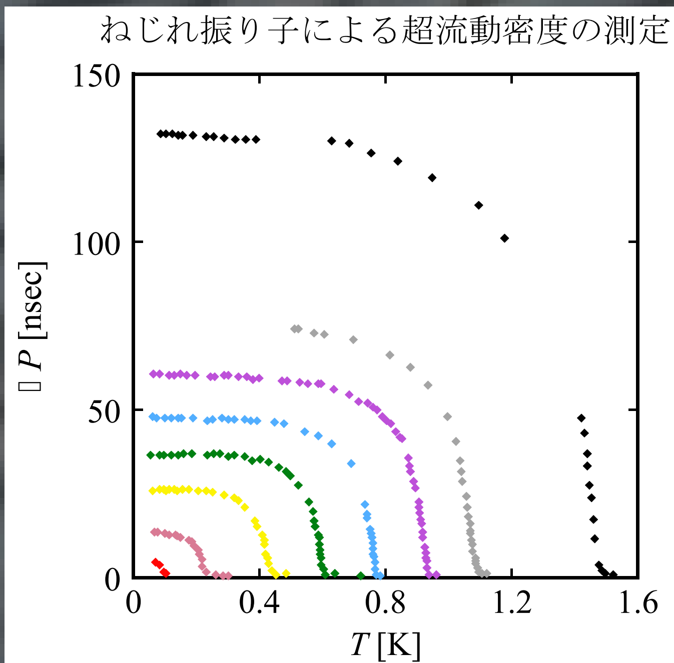
	孔径(Å)	充填率(%)	内部表面積(m²/cm³)
Geltech silica	~30	~40	~130
Vycor	~60	~50	~150
Aerogel	~数100	~90	~250

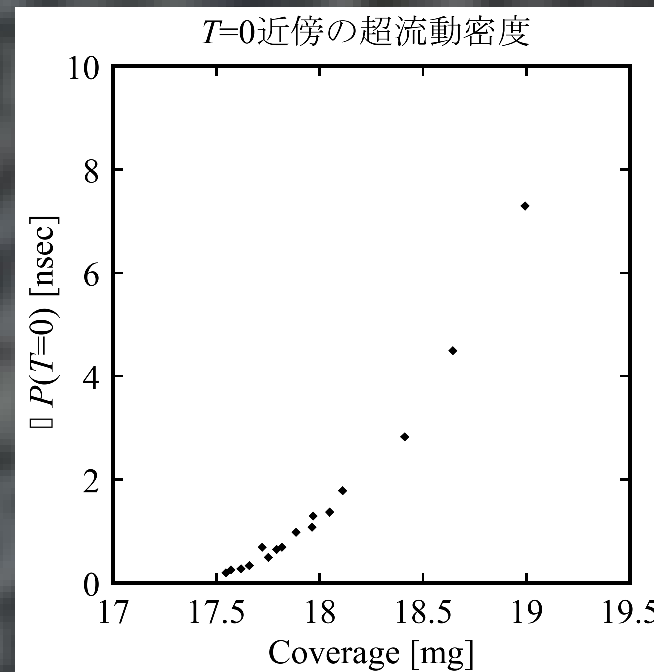
液体^{4}Heの注入量や孔径サイズを調節することで、ボース液体としての密度や粒子間相互作用を調節できる。

⇒ *超流動の性質や転移温度を変えることが出来る*

超流動密度の抑制

J. D. Reppy, J. Low Temp. Phys. 87(1992)205

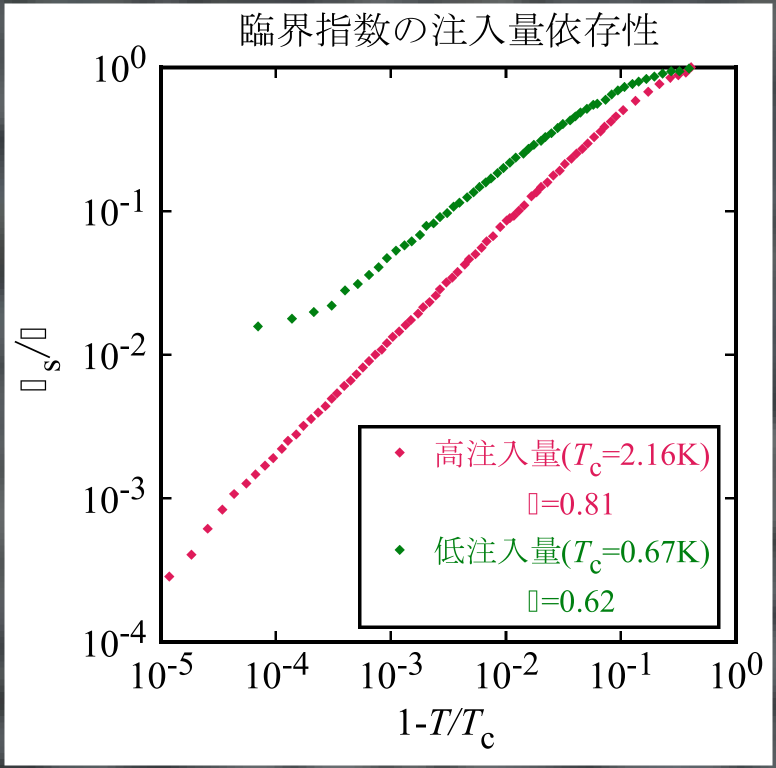


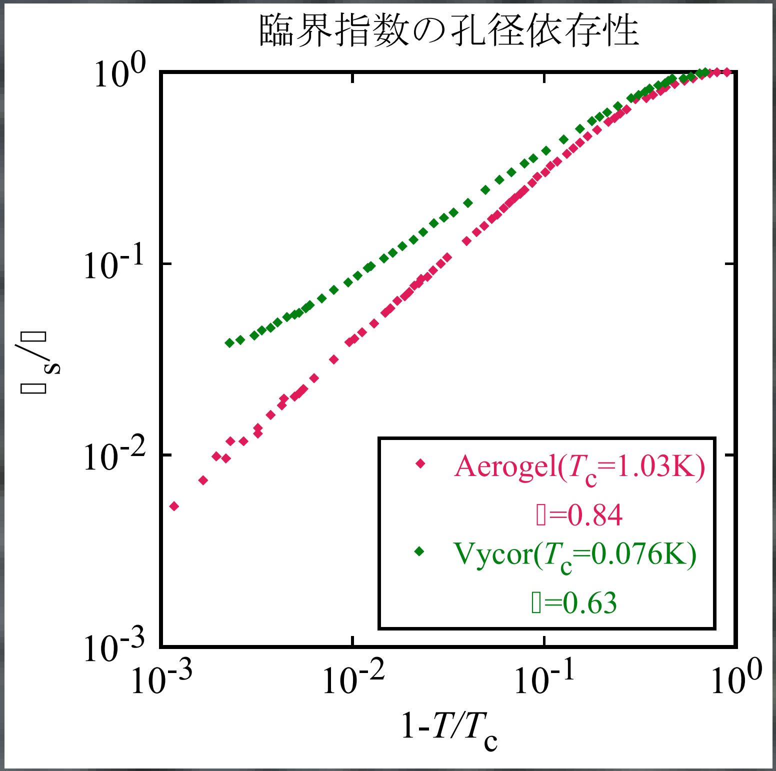


注入量の低下に伴う超流動密度と転移温度の低下、超流動の消失

超流動の振る舞いの変化

$$\frac{\rho_s}{\rho}=\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)\right]^{\zeta}$$



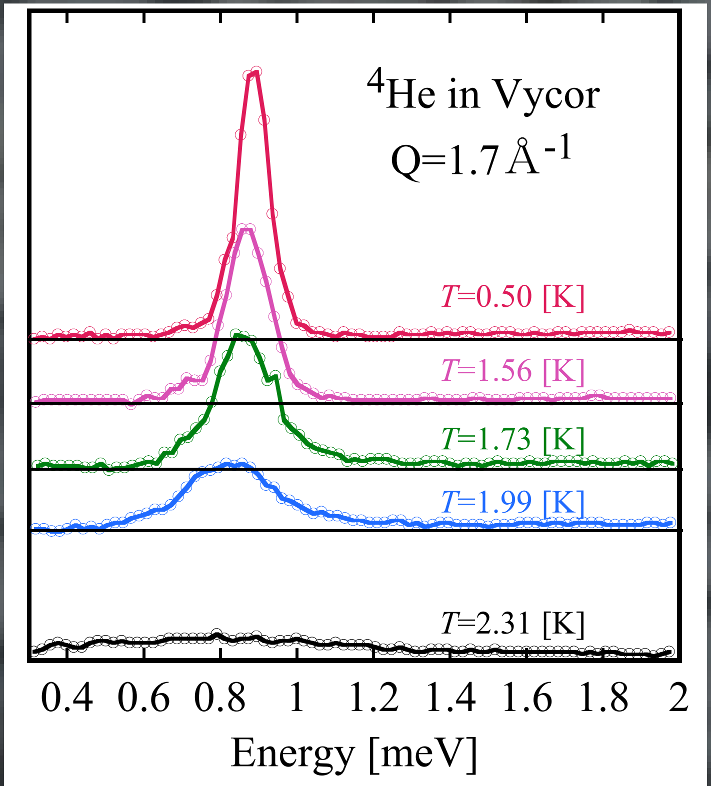


孔径小･低注入量と孔径大･高注入量で超流動の振る舞いが異なる(ζ=0.65：バルク液体 He)

ボース凝縮体の測定

中性子散乱による素励起ロトンの観測
（液体4 Heの素励起⇒フォノン･マクソン･ロトン）

O. Plantevin et. al, Phys. Rev B 63 (2001) 224508



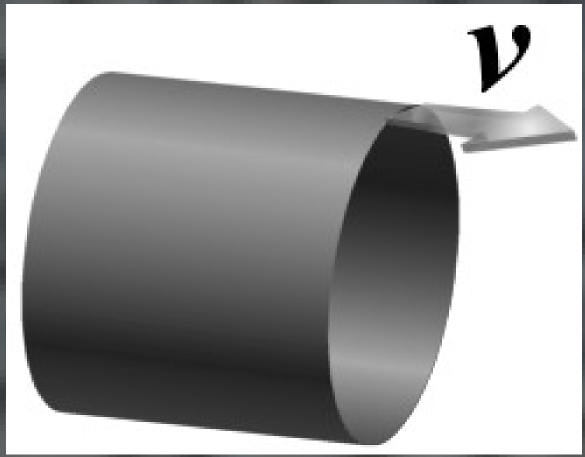
この系での超流動転移温度　T=1.95 [K]

⇒T=1.99 [K]でロトン励起が見える。

超流動が存在せずにボース凝縮のみが存在する？

超流動密度の計算:線形応答理論

P.C.Hohenberg and P.C.Martin,Ann.Phys(NY) ***34****,291(1965)*



管を引っ張ることによって生じる速度場は粘性を持つ常流体によって作られる。

$$j_i(\boldsymbol{x}) = \chi_{ij}(\boldsymbol{x})\, v_j(\boldsymbol{x})$$

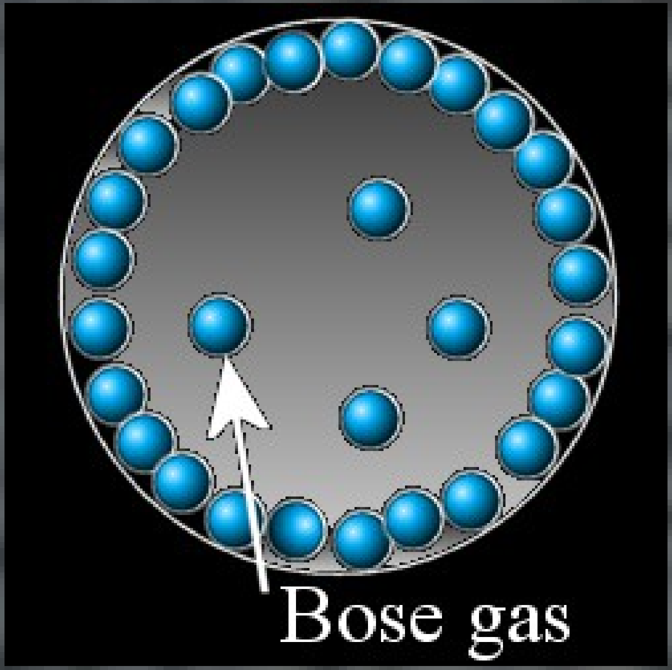
$$\chi_{ij}(\boldsymbol{k}) = \frac{k_i\, k_j}{k^2} A(\boldsymbol{k}) + \left(\delta_{ij} - \frac{k_i\, k_j}{k^2}\right) B(\boldsymbol{k})$$

$$B(\boldsymbol{k}) \xrightarrow{\boldsymbol{k}\to 0} \rho_n \propto \sum_{\boldsymbol{k},\omega} \frac{k^2}{3} [G(\boldsymbol{k},\omega)G(\boldsymbol{k},\omega) - G_{12}(\boldsymbol{k},\omega)G_{21}(\boldsymbol{k},\omega)]$$

j: 系の運動量
v: 系に加える速度場
χ: 応答感受率
A: 感受率の縦成分
B: 感受率の横成分
?

実験との比較の準備

多孔質ガラス中での粒子数密度



注入された^{4}He原子は壁に吸着し固体となる。残りの吸着しない原子が気体として振舞うと仮定する。

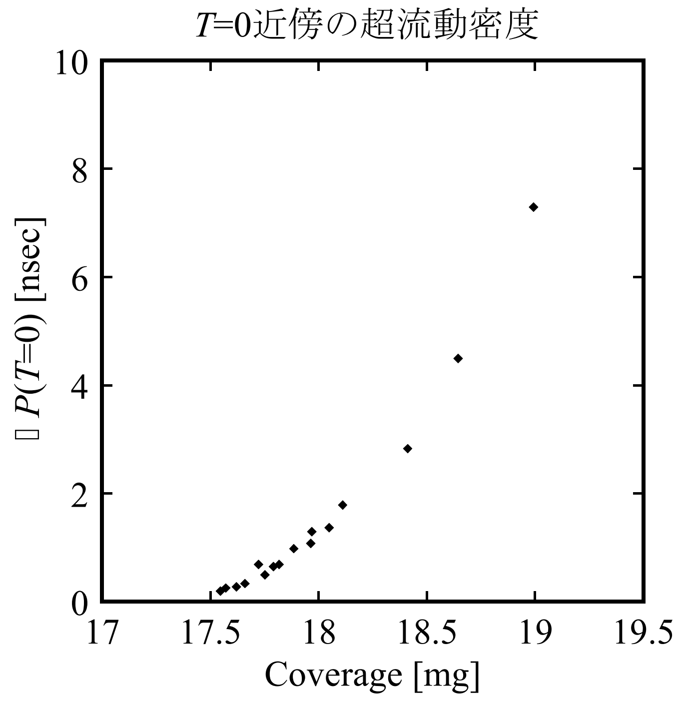
粒子数密度

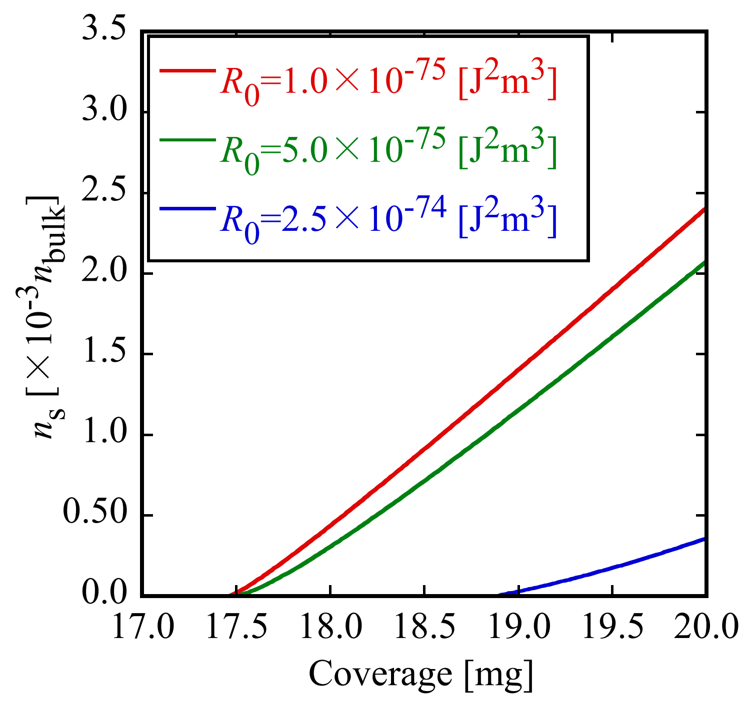
＝（注入された原子数ー吸着した原子数）

/（ガラスの体積ー吸着原子が占める体積）

実験との比較の準備

孔径～60Å、内部表面積～150m²/cm³、体積～1cm³のVycorグラスのサンプルの場合

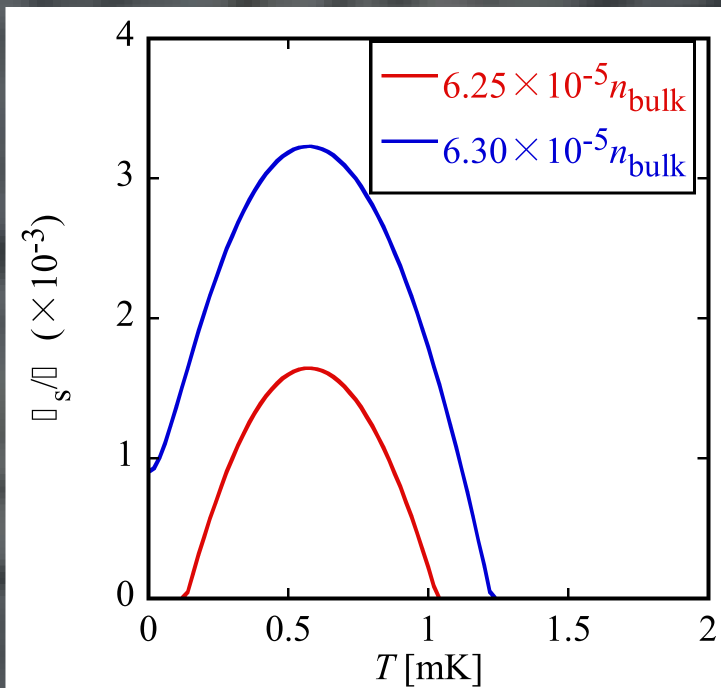




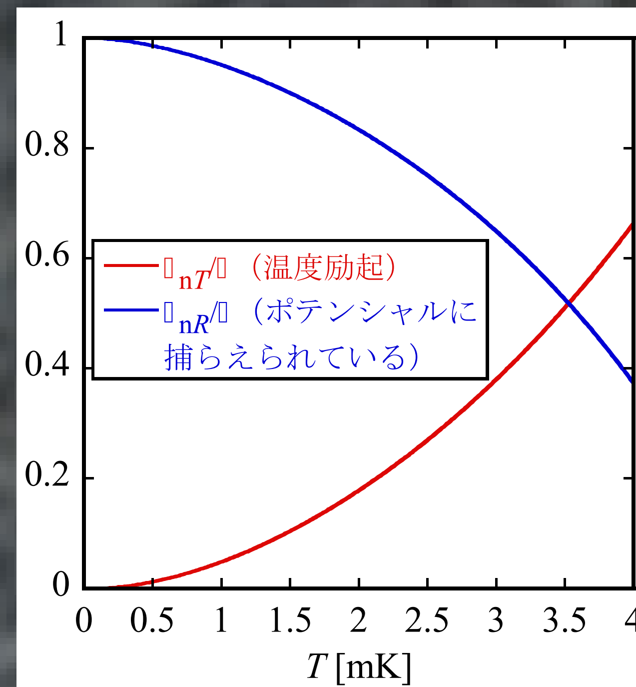
超流動が消失する注入量や臨界指数などを比較してR_0を決定する

超流動のreentrantな転移

超流体の振る舞い



常流体の内訳



ランダムポテンシャルによって捕らえられて超流動にならなかった凝縮体粒子が温度によってその束縛を抜け出し、超流動となる。

⇒超流動のreentrantな転移（実験でははっきりとは見えていない）

相互作用のあるボース系のボース凝縮転移温度

過去の計算（相互作用が弱いとき）

$$\frac{\Delta T_c}{T_c{}^0} = c_1 n^{1/3} a + c_2 n^{2/3} a^2$$

Monte Carlo

$c_1 = 1.32, 1.48, 1.15, 0.492$

V. A. Kashurnikov et. al. Phys. Rev. Lett. ***87****, 120402 (2001)*

F. F. de Souza Cruz et. al. Phys. Rev. B ***64*** *014515 (2001)*

J. L. Kneur et. al. Phys. Rev. Lett. ***89****, 210403 (2002)*

E. Braaten et. al. Phys. Rev. A ***66*** *063601 (2002)*

six order perturbation

$c_1 = 1.25$

H. Kleinert, cond-mat 0210162

相互作用のあるボース系のボース凝縮転移温度

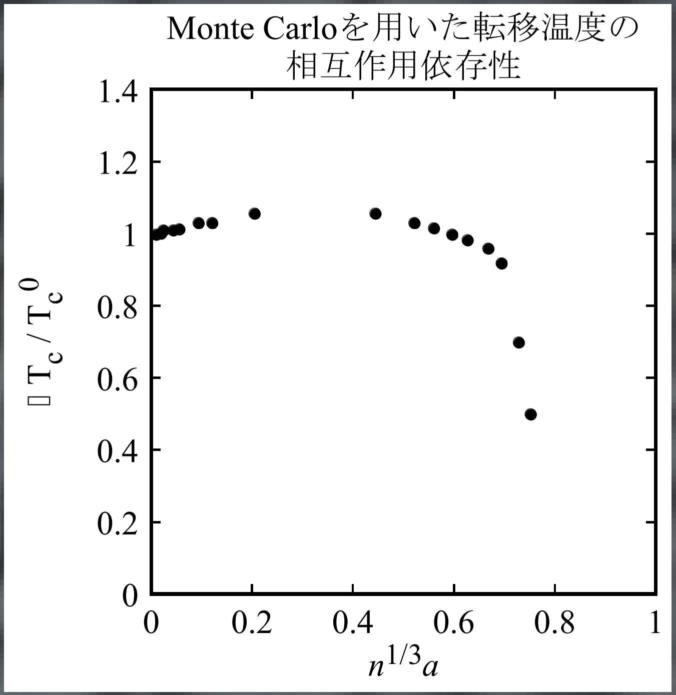
$$\frac{\Delta T_c}{T_c{}^0} = c_1 n^{1/3} a + c_2 n^{2/3} a^2$$

Monte Carlo

$c_2 = 75.7, 101.4, 98.2, 82.9$

six order perturbation

$c_2 = 19.75$



P. Arnold et. al.
Phys. Rev. A ***65***
013606 (2002)