

ランダムポテンシヤル中の強相関 ボース流体のボース凝縮

大阪市立大学理学部物理学科

小林 未知数 ・ 坪田 誠

1. 研究目的
2. モデルと計算
3. 計算結果
4. まとめと今後の課題

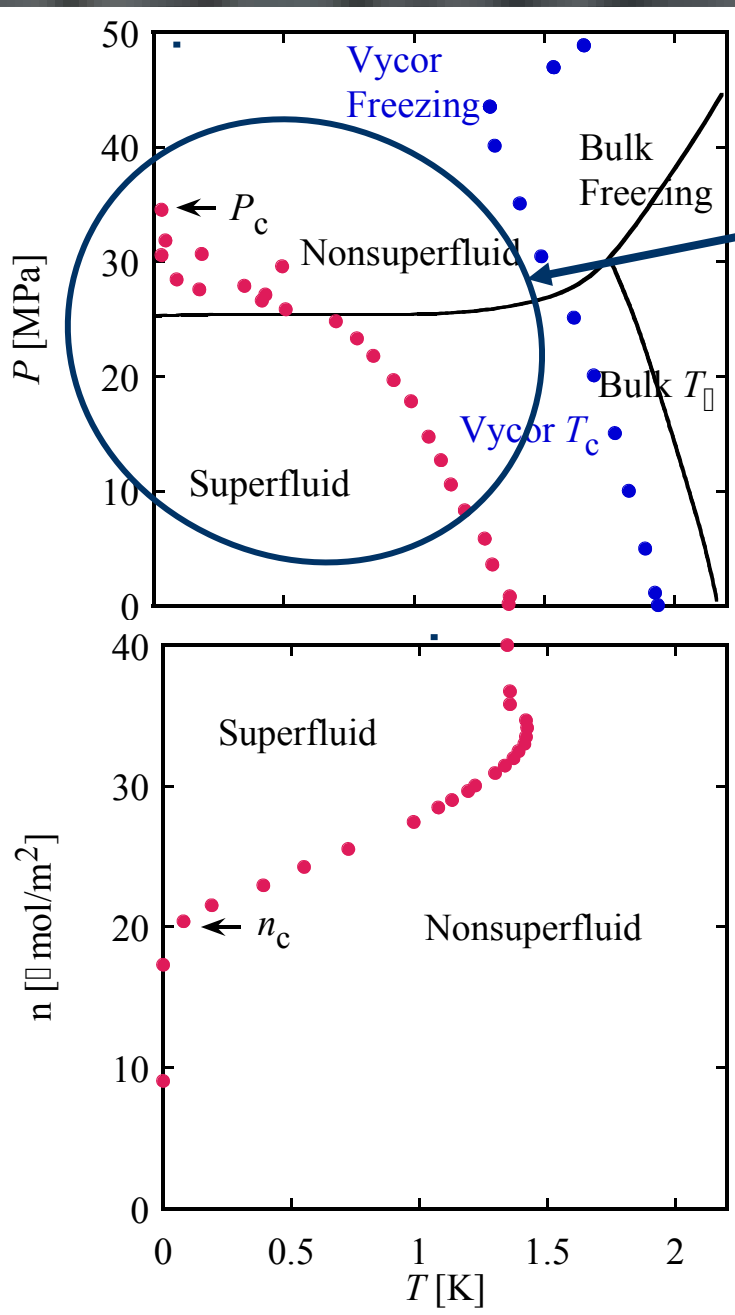
研究目的

Vycorガラスのような多孔質ガラスでの液体 ^4He のボース凝縮、超流動の振る舞いを調べる



	孔径 (Å)	充填率 (%)	内部表面積 (m^2/cm^3)
Geltech silica	~30	~40	~130
Vycor	~60	~50	~150
Aerogel	~数100	~90	~250

多孔質ガラス



強相関領域で超流動が消失する

本研究の目的

多孔質ガラス中の液体⁴Heの様々な密度 (⇔斥力相互作用) 領域におけるボース凝縮や超流動の (特に転移温度近傍の) 振る舞いを計算する

モデル: ランダムポテンシャル中の3次元ボース流体

今回行った計算

- 斥力相互作用、ランダムポテンシャルが存在するときのボース凝縮の転移温度の計算
- 転移温度近傍でのボース凝縮体密度、超流動密度の計算

モデル

ランダムポテンシヤル中の三次元ボース流体

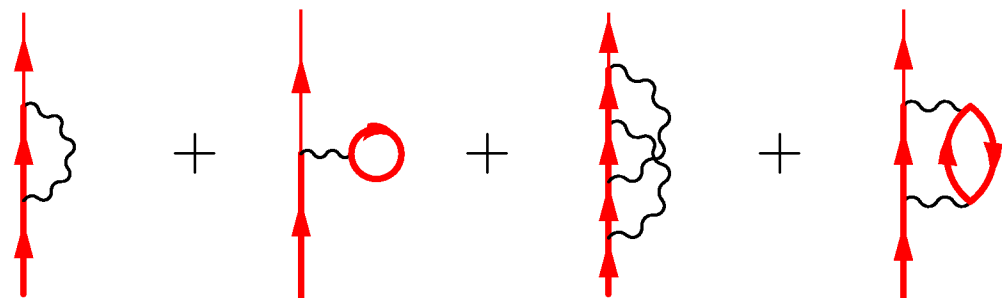
$$\begin{aligned}\hat{K} &= \int d\mathbf{x} \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{x}) \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \mu \right] \hat{\Psi}(\mathbf{x}) : \text{運動エネルギー } \hat{K}_0 \\ &+ \int d\mathbf{x} \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{x}) V(\mathbf{x}) \hat{\Psi}(\mathbf{x}) : \text{ランダムポテンシヤル } \hat{K}_R \\ &+ \frac{1}{2} \iint d\mathbf{x} d\mathbf{x}' \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{x}) \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{x}') g(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \hat{\Psi}(\mathbf{x}') \hat{\Psi}(\mathbf{x}) : \text{斥力相互作用 } \hat{K}_I\end{aligned}$$

$\Psi(\mathbf{x})$: ボース凝縮状態の波動関数
 μ : 化学ポテンシヤル
 V : ランダムポテンシヤル
 g : 斥力相互作用の結合定数

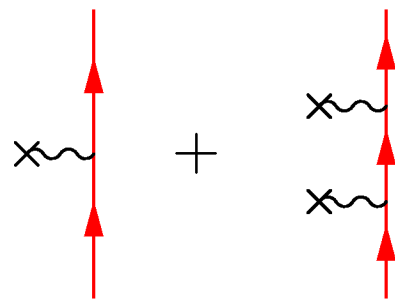
計算

斥力相互作用とランダムポテンシャルの摂動計算

K_I : 2 ループの自己無撞着計算を用いたくりこみ

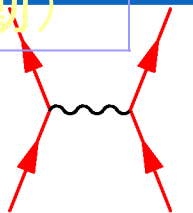


K_I : 2 次までの摂動計算

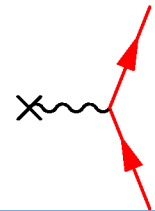


(摂動)

$\hat{K}_I =$



$\hat{K}_R =$



斥力相互作用における2-loopの 自己無撞着計算を用いたくりこみ

温度Green関数

$$\hbar\mathcal{G}(i\omega_n, k)^{-1} = i\hbar - (\varepsilon_k^0 - \mu) - \hbar\Sigma(i\omega_n, k)$$

$$\omega_n = \frac{2n\pi}{\beta\hbar}, \varepsilon_k^0 = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$T=T_c$ 上では

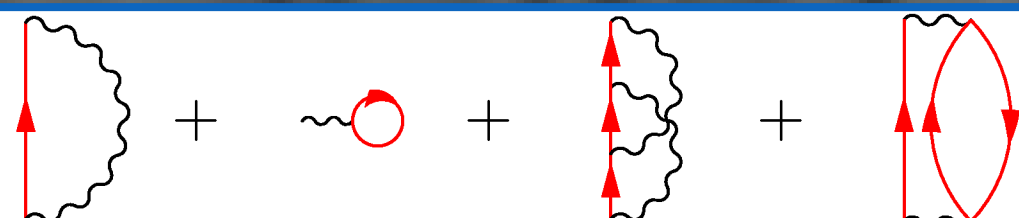
$$\mu = \hbar\Sigma(0, 0)$$

$$\hbar\mathcal{G}(i\omega_n, k)^{-1} = -(\varepsilon_k^0 - \mu) - \hbar\Sigma(i\omega_n, k)$$

$$= -\varepsilon_k^0 - \hbar[\Sigma(i\omega_n, k) - \Sigma(0, 0)]$$

自己エネルギー: 2ループまで計

算

$$\Sigma(i\omega_n, k) =$$


$$\hbar[\Sigma(0, k) - \Sigma(0, 0)] = \frac{32\pi^2\hbar^2}{m} \left(\frac{a}{\lambda^2}\right) \int_0^\infty dx \left[\frac{2}{x} + \log \left| \frac{1-x}{1+x} \right| \right]$$

x : 無次元化した波数

$$\lambda^2 = \frac{2\pi\beta\hbar^2}{m} : \text{熱的ドブロイ波長}$$

長波長のLog発散⇒摂動を2次で止めたことが原因
 長波長側でエネルギースペクトルをスケール
 ングして発散を回避する⇒高次の摂動を考慮する

エネルギー ε_k のスケールリング

$$\varepsilon_k = \begin{cases} \frac{\hbar^2}{2m} k^\alpha k_c^{2-\alpha} & (k < k_c) \\ \frac{\hbar^2 k^2}{2m} & (k > k_c) \end{cases}$$

$$\varepsilon_k - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \hbar[\Sigma(0, k) - \Sigma(0, 0)] = 0$$

$$\hbar[\Sigma(0, k) - \Sigma(0, 0)]$$

$$\rightarrow \varepsilon_k = \frac{\hbar^2}{2m} k^\alpha k_c^{2-\alpha} \quad \text{for } k \ll 1$$

計算結果

$$\alpha = 3/2$$

$$\begin{aligned}\hbar[\Sigma(0, k) - \Sigma(0, 0)] &= \frac{1024\pi\hbar^2}{15m} \left(\frac{a}{\lambda^2}\right)^2 \left(\frac{k}{k_c}\right)^{3/2} \\ &= \frac{\hbar^2}{2m} k^{3/2} k_c^{1/2} \\ \Rightarrow k_c &= 32\sqrt{\frac{2\pi}{15}} \left(\frac{a}{\lambda^2}\right)\end{aligned}$$

a : 粒子の散乱長

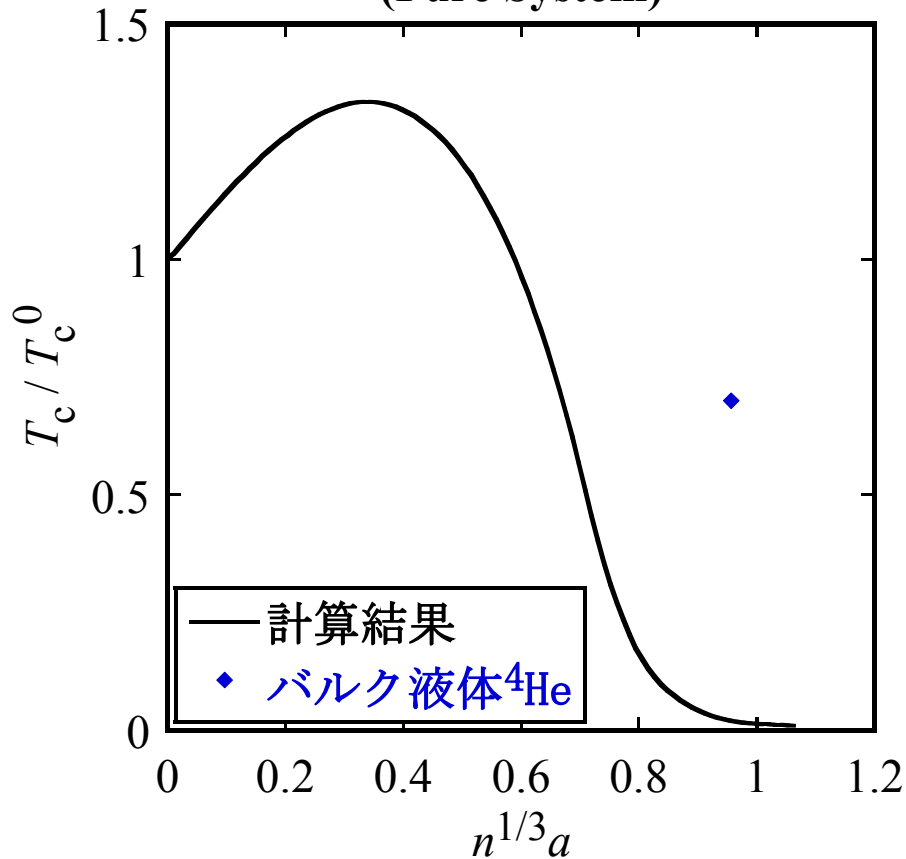
斥力の弱いところでは

$$\frac{\Delta T_c}{T_c^0} = \frac{4\lambda k_c}{3\pi\zeta(3/2)} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+1}} \simeq 1.5n^{1/3}a$$

転移温度の上昇

強相関領域での計算結果

転移温度の相互作用依存性
(Pure System)

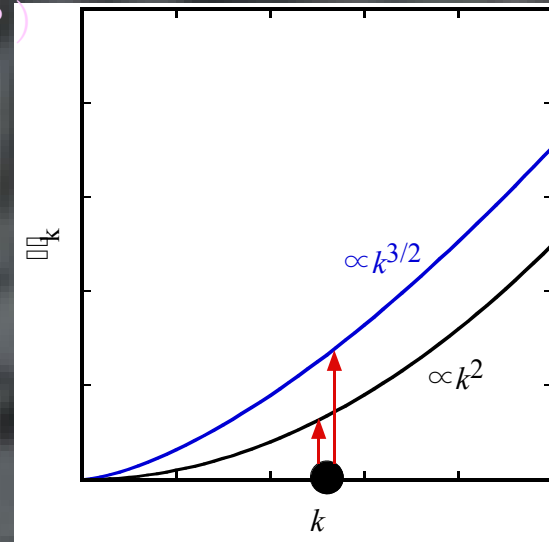


転移温度の上昇: スペクトルが

$$\varepsilon_k \propto k^2 \rightarrow k^{3/2}$$

となることで凝縮体の素励起への熱励起が減る。

(アルカリ原子BECで観測可能か?)



バルク液体⁴Heとの違い
⇒長距離の引力が原因か?

転移温度の下降: 相互作用が系のコヒーレンスを乱す

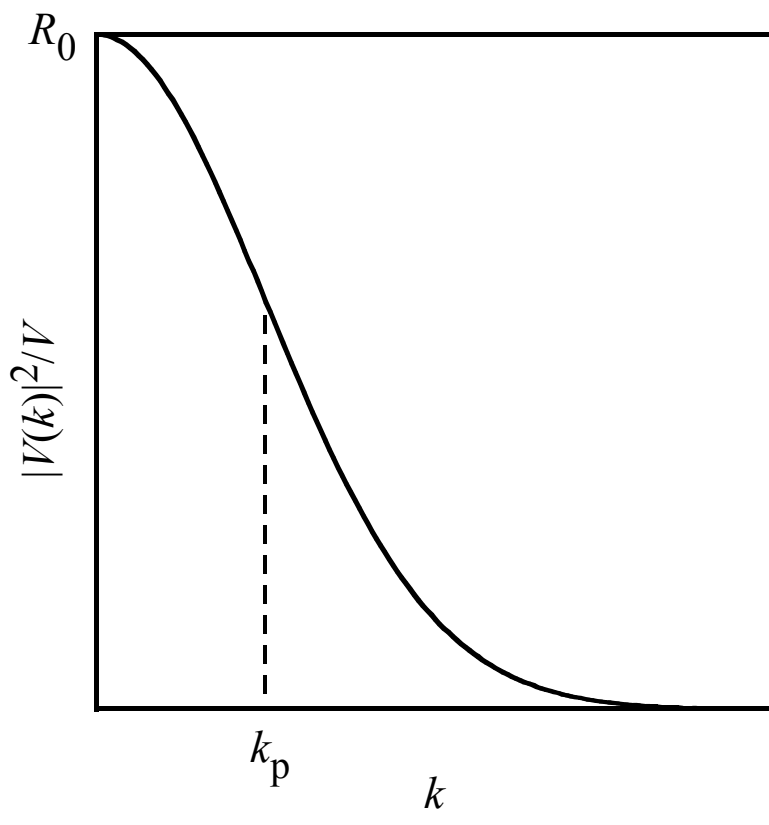
ランダムポテンシャルを入れた結果

ランダムポテンシャルは2次までの摂動を考慮する

$$\mathcal{G}(i\omega_n, k) = \begin{array}{c} \text{---} \times \text{---} \uparrow \\ | \\ \uparrow \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \times \text{---} \uparrow \\ | \\ \text{---} \times \text{---} \uparrow \\ | \\ \uparrow \end{array}$$
$$= \sum_{\mathbf{k}'} \frac{|V(\mathbf{k} - \mathbf{k}')|^2}{\hbar^2 V^2} \mathcal{G}^0(i\omega_n, k) \mathcal{G}^0(i\omega_n, k') \mathcal{G}^0(i\omega_n, k)$$

$\mathcal{G}^0(i\omega_n, k)$: 斥力相互作用をくりこんだGreen関数

転移温度は $n = -\frac{1}{\beta\hbar} \sum_{\mathbf{k}} \mathcal{G}(i\omega_n, k)$ から求める。



$$\frac{|V(k)|^2}{V} = R_0 \exp\left(-\frac{k^2}{2k_p^2}\right)$$

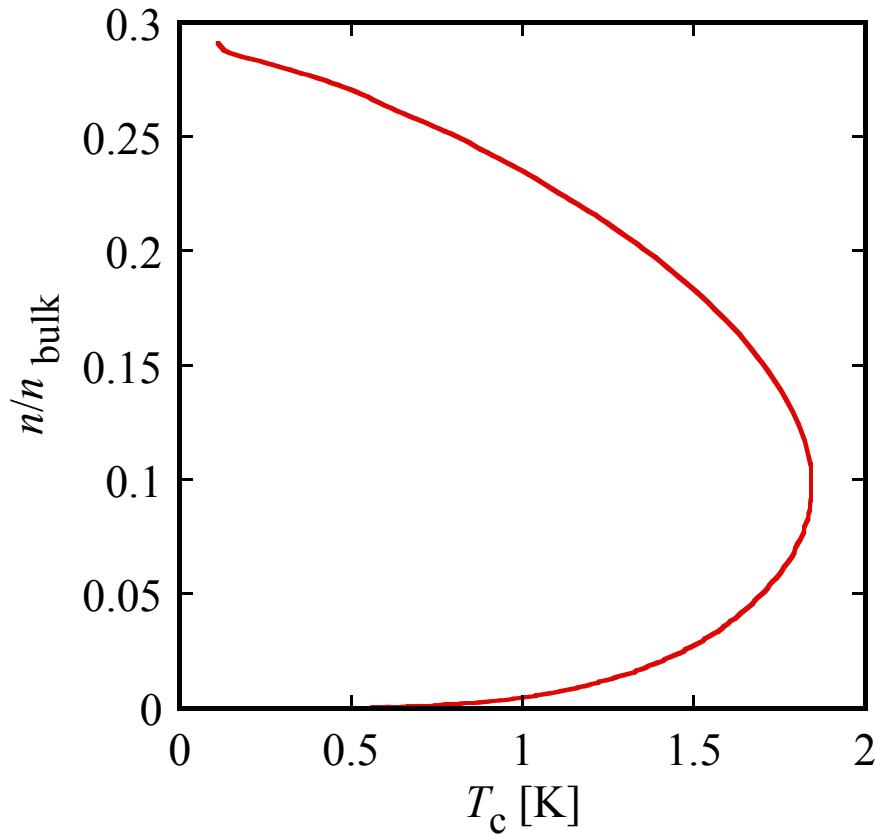
$$k_p = 2\pi/r_p$$

←ランダムポテンシャルに
 関してアンサンブル平均を
 取る

R_0 : ランダムポテンシャルの特徴的な強度
 k_p : 孔径に相当する波数

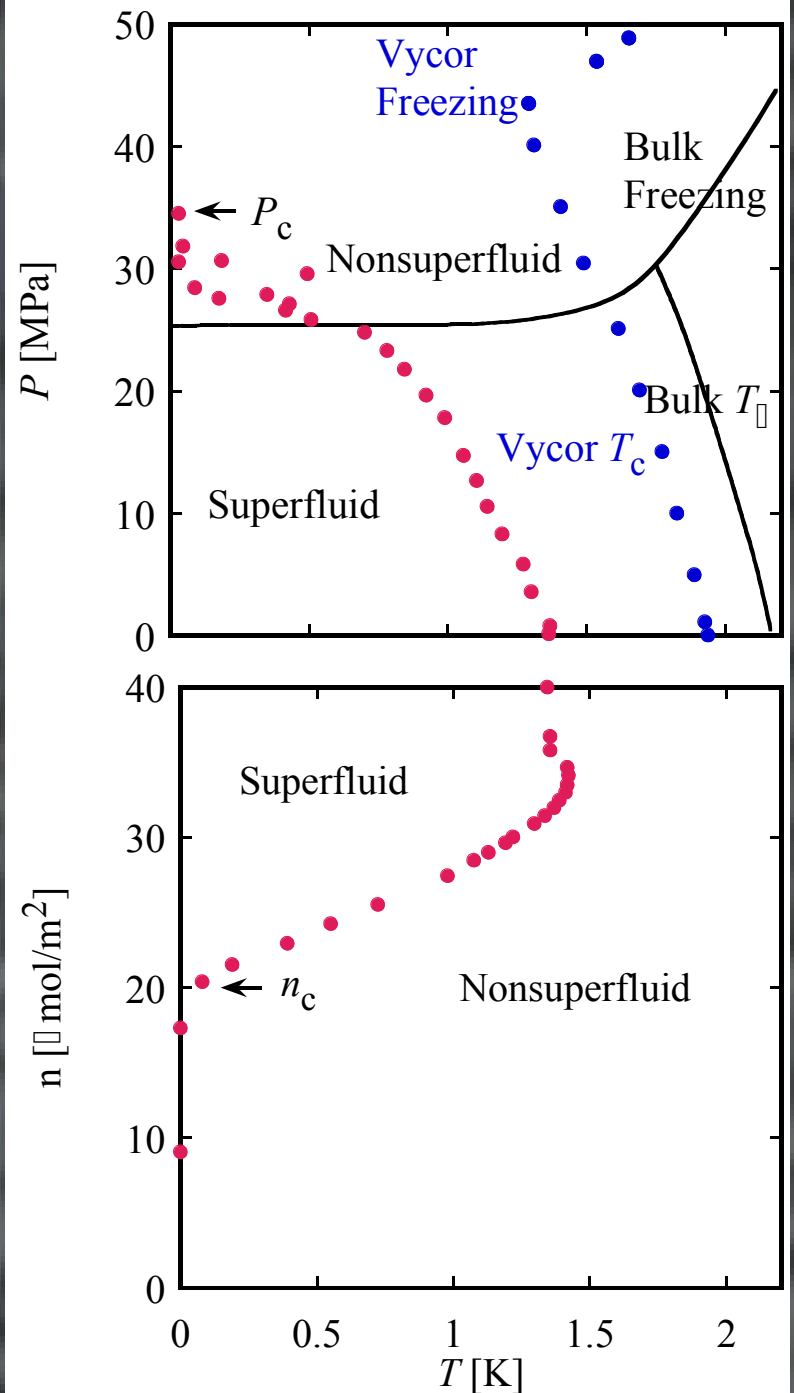
R_0 の値は希薄な系における以前の定量的計算で使った
 値を使う。 ($5.0 \times 10^{-75} \text{ [J}^2 \text{ m}^3\text{]}$)

転移温度の粒子密度依存性



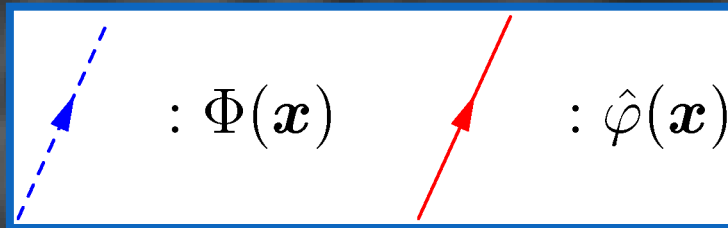
超流動転移温度とボース凝縮の転移温度なので詳しい比較は出来ないが定性的な振る舞いは似ている

定量的にはかなり違う⇒やはり長距離の引力が原因か？

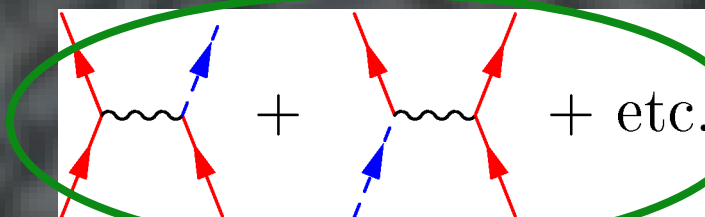
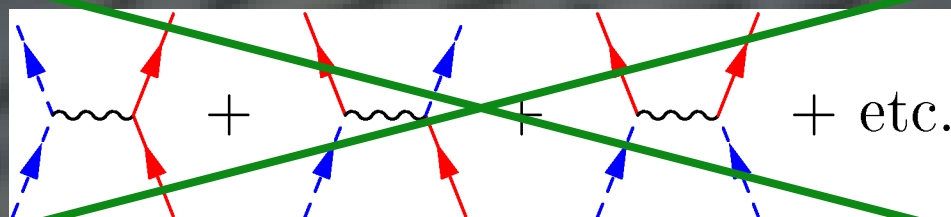


転移温度近傍でのボース凝縮体の計算

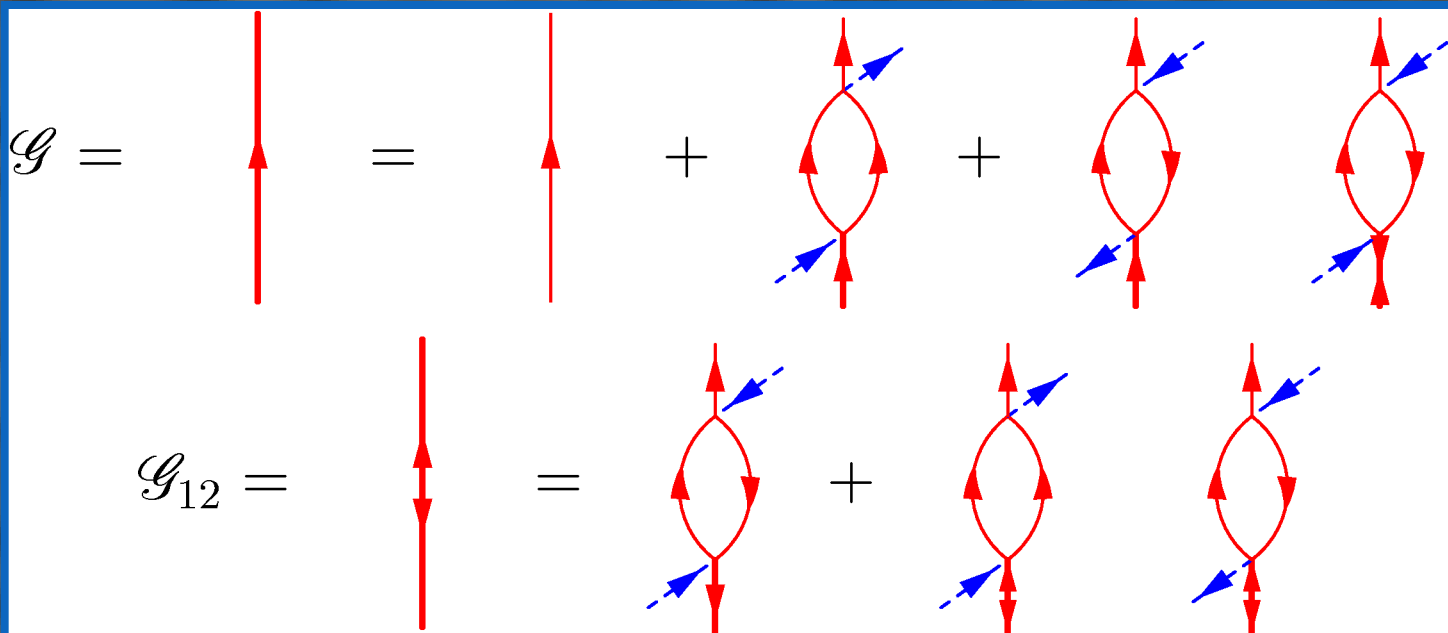
$$\hat{\Psi}(\mathbf{x}) \rightarrow \Phi(\mathbf{x}) + \hat{\varphi}(\mathbf{x})$$



有効な粒子間相互作用

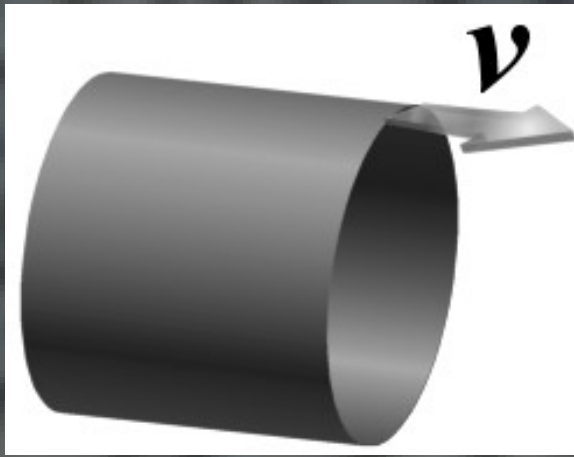


有効な
Dyson
方程式



超流動密度の計算：線形応答理論

P.C.Hohenberg and P.C.Martin, Ann.Phys(NY) 34,291(1965)



管を引っ張ることによって生じる速度場は粘性を持つ常流体によって作られる。

$$\begin{aligned}j_i(\mathbf{x}) &= \chi_{ij}(\mathbf{x}) v_j(\mathbf{x}) \\ \chi_{ij}(\mathbf{k}) &= \frac{k_i k_j}{k^2} A(\mathbf{k}) + \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) B(\mathbf{k}) \\ \rho_n &= \lim_{\mathbf{k} \rightarrow 0} B(\mathbf{k}) \\ &\propto \sum_{\mathbf{k}, \omega} \frac{k^2}{3} [\mathcal{G}(\mathbf{k}, i\omega)^2 - \mathcal{G}_{12}(\mathbf{k}, i\omega)^2]\end{aligned}$$

j : 系の運動量

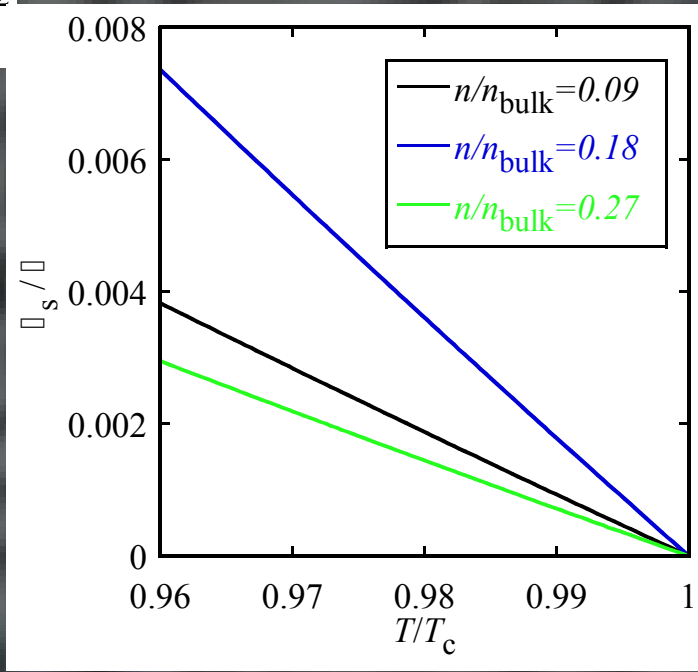
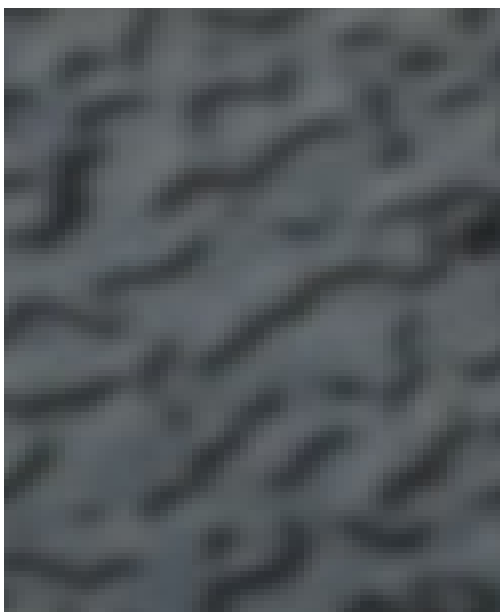
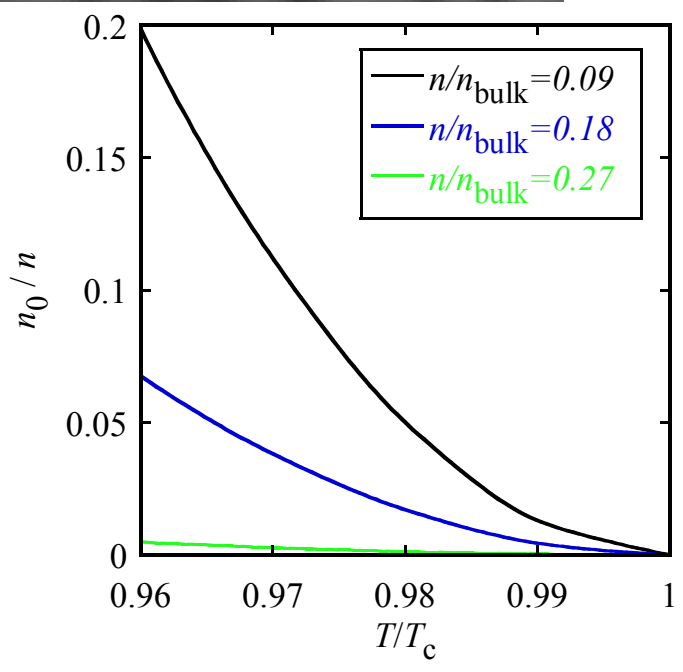
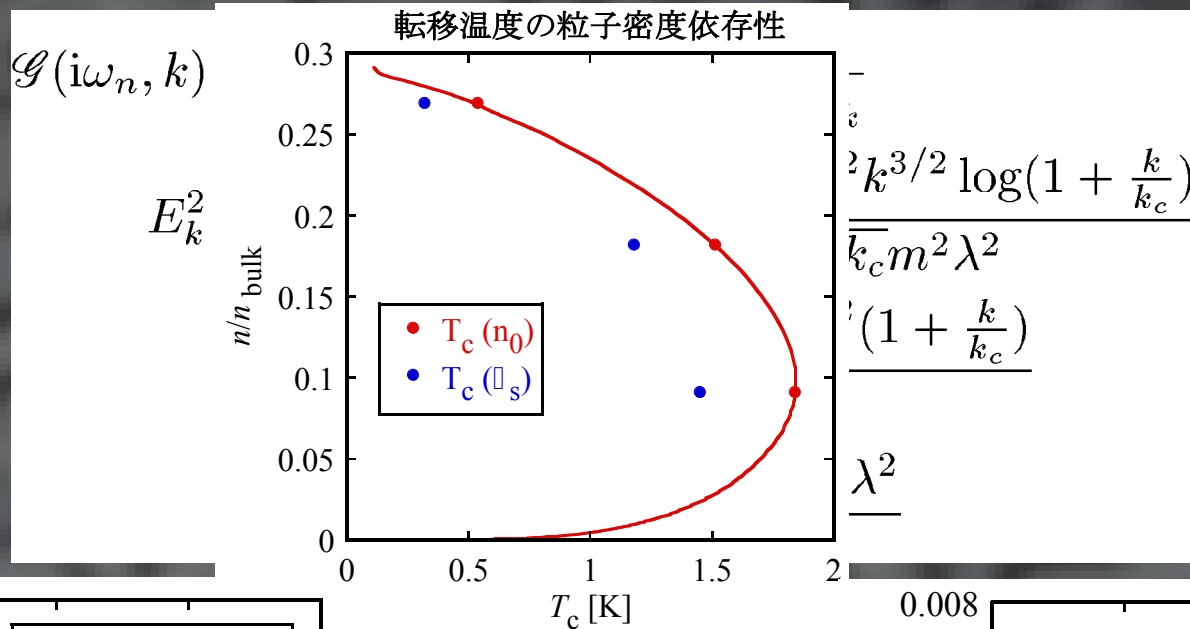
v : 系に加える速度場
 χ : 応答感受率

A : 感受率の縦成分

B : 感受率の横成分

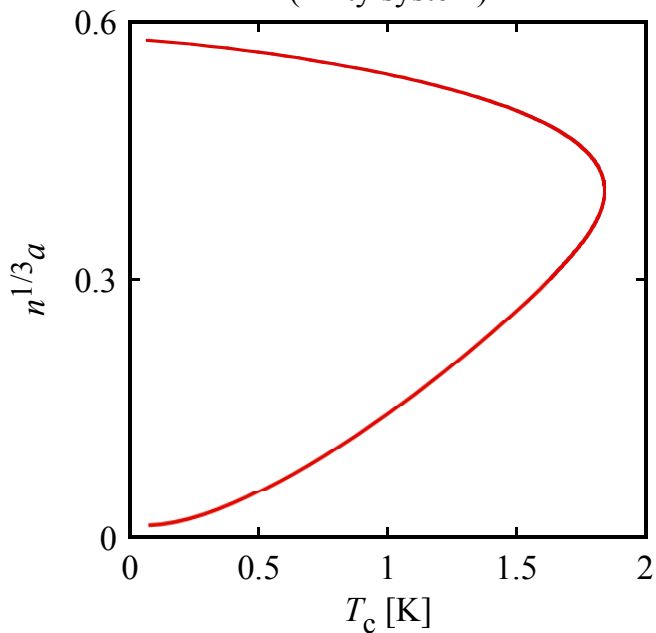
?

転移点近傍のボース凝縮と超流動



絶対零度でのボース凝縮の消失

転移温度の相互作用依存性
(Dirty system)



特にDirty systemにおいて斥力相互作用の強いところでボース凝縮が絶対零度でも消失する？



$$n = -\frac{1}{\beta \hbar} \sum_k \mathcal{G}(k, i\omega_n)$$

において転移温度を決定した際、無視した斥力相互作用やランダムポテンシャルのより高次の項が効いている？

もしくは斥力が強いところで、別の基底状態が出現している？

⇒ 繰り込み群を用いて基底状態を探索する必要がある

まとめと課題

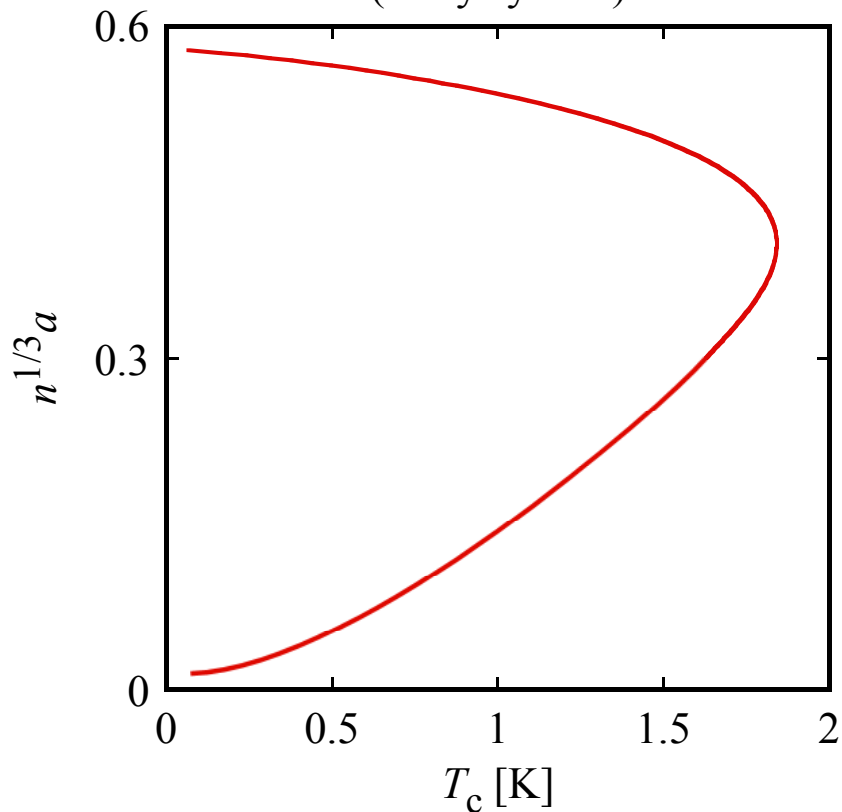
1. 多孔質ガラス中の液体 4He の系に対してランダムポテンシャル中のボース流体のモデルを用いて解析を行った。
2. 粒子間相互作用に関して自己無撞着計算によるくりこみ、ランダムポテンシャルに関しては2次までの摂動をとることで、弱相関から強相関領域に至るまでのボース凝縮の転移温度を計算できるようになった。
3. 弱い斥力、強い斥力の両方でボース凝縮は抑制され、その中間領域でボース凝縮が存在できることを示すことが出来た。これは多孔質ガラス中の液体 4He の超流動の振る舞いとよく似ている。

1. 比熱やエネルギーの計算
2. 強相関領域におけるボース凝縮が消失した後の計算

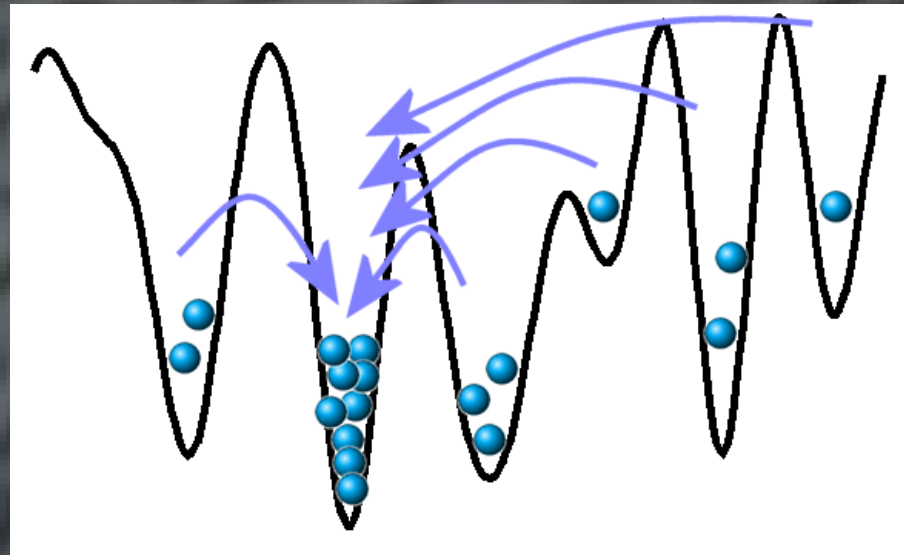
n=バルク液体⁴Heの密度で 固定したときの計算結果

$$\text{転移温度は } n = -\frac{1}{\beta\hbar} \sum_{\mathbf{k}} \mathcal{G}(i\omega_n, \mathbf{k}) \text{ から求める。}$$

転移温度の相互作用依存性
(Dirty system)



相互作用が弱いとき:ポテンシャル
最小点に粒子が集まることで
ボース凝縮が壊されると考えら
れる



転移点近傍の温度Green関数

$$\begin{aligned}\mathcal{G}(i\omega_n, k) &= \frac{\hbar u_k^2}{i\hbar\omega_n - E_k} - \frac{\hbar v_k^2}{i\hbar\omega_n + E_k} \\ E_k^2 &\simeq \frac{\hbar^4}{4m^2} k^3 k_c + \frac{512\pi\hbar^4 n_0 a^2 k^{3/2} \log(1 + \frac{k}{k_c})}{\sqrt{k_c} m^2 \lambda^2} \\ &\quad + \frac{3145728\pi^2 \hbar^4 n_0^2 a^4 \log^2(1 + \frac{k}{k_c})}{k_c^2 m^2 \lambda^4} \\ &\simeq \hbar c k \quad c = \frac{15\sqrt{3}\hbar n_0 \lambda^2}{2m}\end{aligned}$$

転移点近傍では音速が温度に陽に依存する

実験

多孔質ガラス中の超流動液体 ^4He



三次元的空洞を持つ
多孔質ガラス

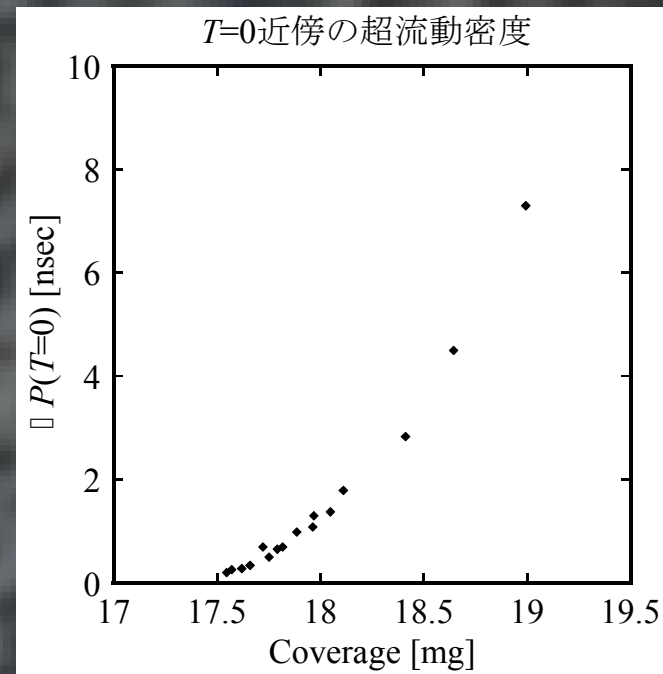
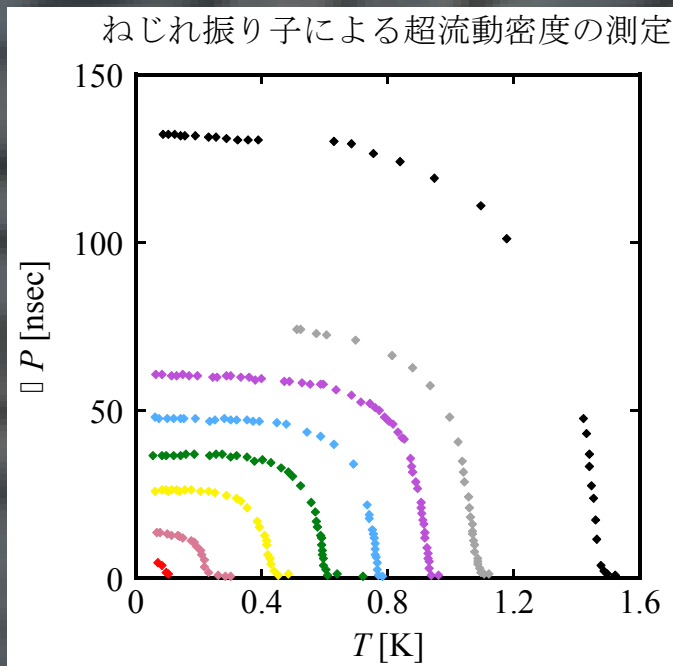
	孔径(\AA)	充填率(%)	内部表面積(m^2/cm^3)
Geltech silica	~ 30	~ 40	~ 130
Vycor	~ 60	~ 50	~ 150
Aerogel	\sim 数100	~ 90	~ 250

液体 ^4He の注入量や孔径サイズを調節することで、ボース液体としての密度や粒子間相互作用を調節できる。

⇒ 超流動の性質や転移温度を変えることが出来る

超流動密度の抑制

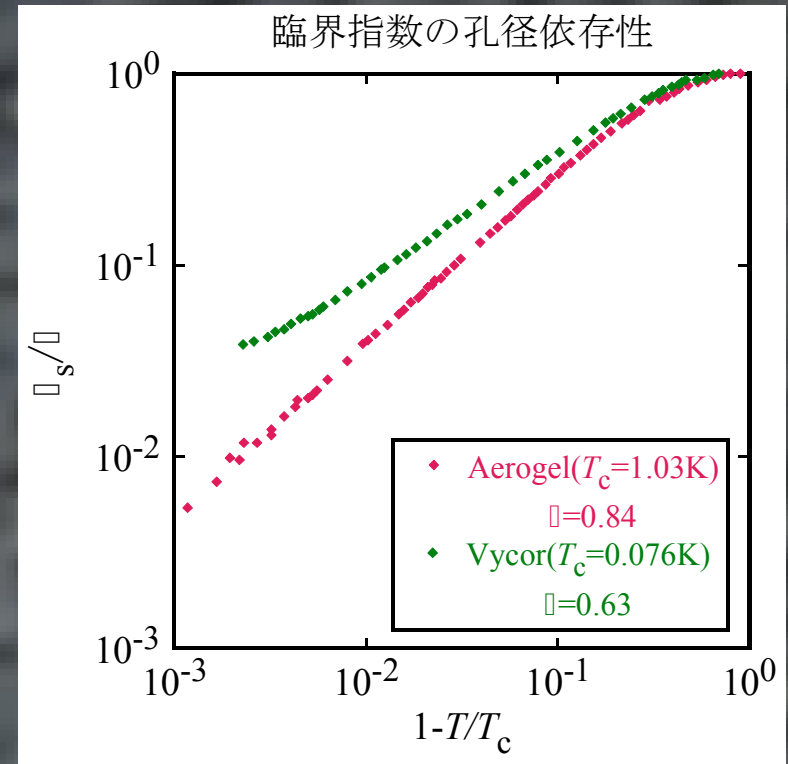
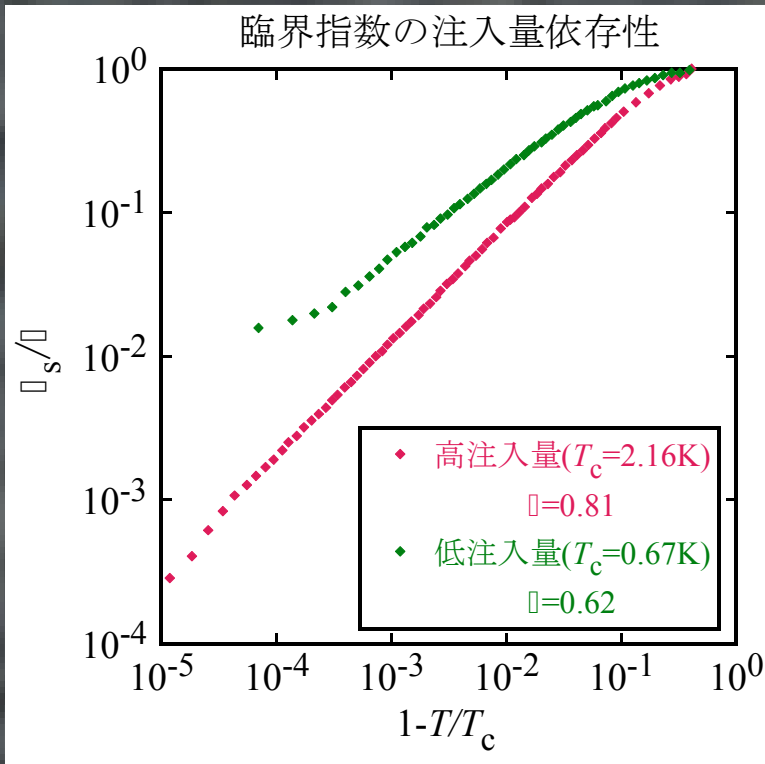
J. D. Reppy, J. Low Temp. Phys. 87(1992)205



注入量の低下に伴う超流動密度と転移温度の低下、超流動の消失

超流動の振る舞いの変化

$$\frac{\rho_s}{\rho} = \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right) \right]^\zeta$$

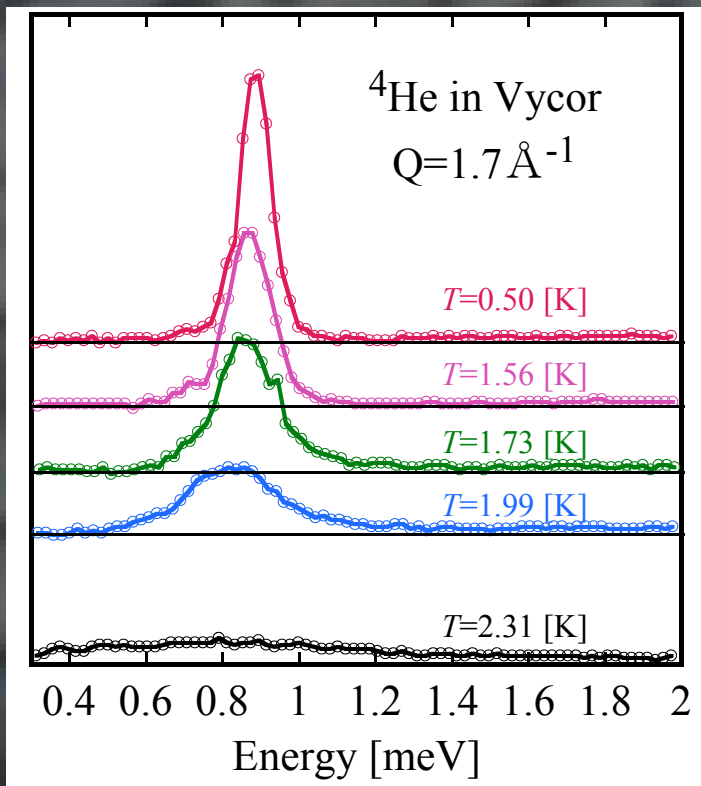


孔径小・低注入量と孔径大・高注入量で超流動の振る舞いが異なる($\zeta=0.65$: バルク液体 He)

ボース凝縮体の測定

中性子散乱による素励起ロトンの観測
(液体 Heの素励起⇒フォノン・マクソン・ロト

O. Plantevin et. al, Phys. Rev B 63 (2001) 224508



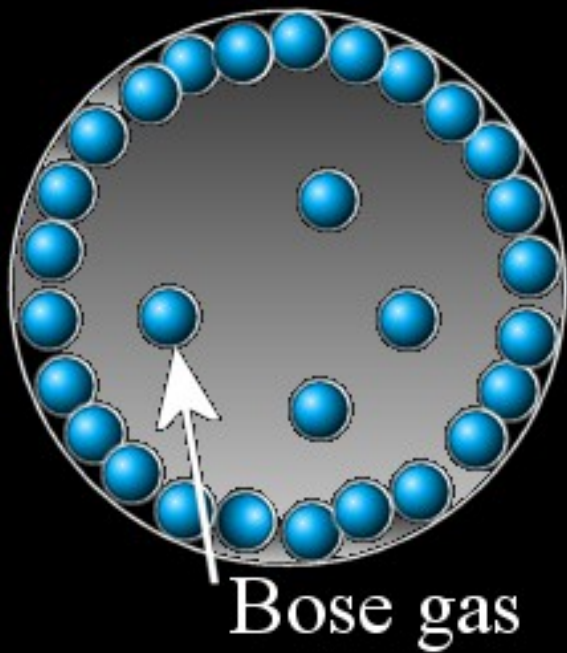
この系での超流動転移温度 $T=1.9$
5 [K]

⇒ $T=1.99 \text{ [K]}$ でロトン励起が見える。

超流動が存在せずにボース凝縮のみが存在する？

実験との比較の準備

多孔質ガラス中での粒子数密度



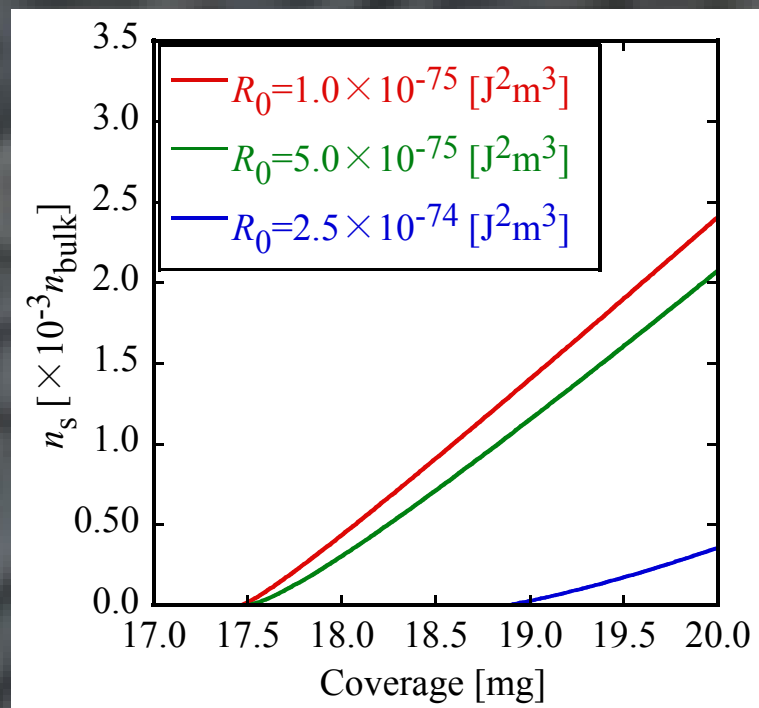
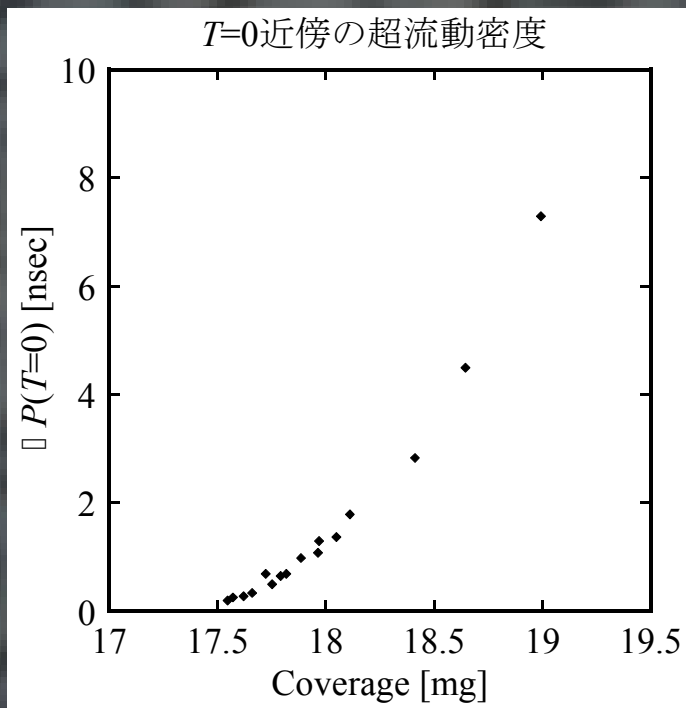
注入された ^4He 原子は壁に吸着し固体となる。残りの吸着しない原子が気体として振舞うと仮定する。

粒子数密度

$$= (\text{注入された原子数} - \text{吸着した原子数}) / (\text{ガラスの体積} - \text{吸着原子が占める体積})$$

実験との比較の準備

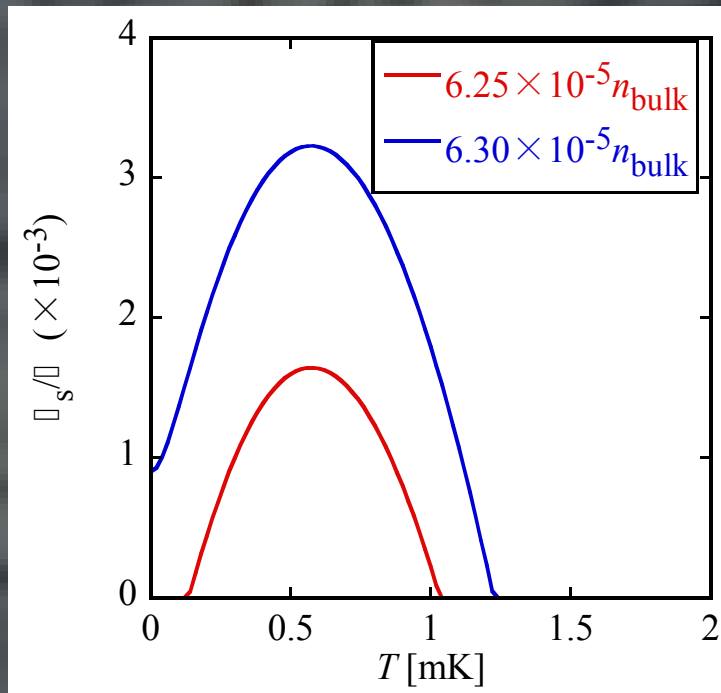
孔径 $\sim 60\text{\AA}$ 、内部表面積 $\sim 150\text{m}^2/\text{cm}^3$ 、体積 $\sim 1\text{cm}^3$ のVycorガラスのサンプルの場合



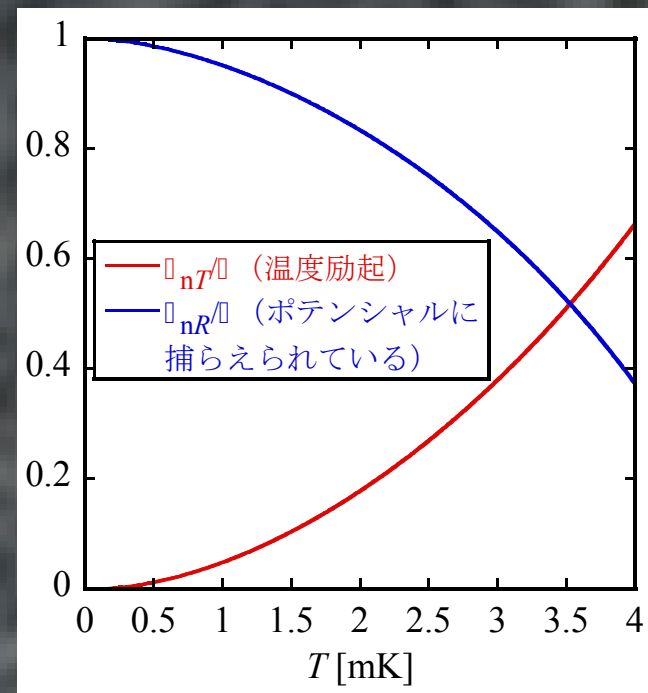
超流動が消失する注入量や臨界指数などを比較して R_0 を決定する

超流動のreentrantな転移

超流体の振る舞い



常流体の内訳



ランダムポテンシャルによって捕らえられて超流動にならなかった凝縮体粒子が温度によってその束縛を抜け出し、超流動となる。

⇒超流動のreentrantな転移(実験でははっきりとは見えていない)

相互作用のあるボース系の ボース凝縮転移温度

過去の計算(相互作用が弱いとき)

$$\frac{\Delta T_c}{T_c^0} = c_1 n^{1/3} a + c_2 n^{2/3} a^2$$

Monte Carlo

$$c_1 = 1.32, 1.48, 1.15, 0.492$$

six order perturbation

$$c_1 = 1.25$$

V. A. Kashurnikov et. al. Phys. Rev. Lett. 87, 120402 (2001)

F. F. de Souza Cruz et. al. Phys. Rev. B 64 014515 (2001)

J. L. Kneur et. al. Phys. Rev. Lett. 89, 210403 (2002)

E. Braaten et. al. Phys. Rev. A 66 063601 (2002)

H. Kleinert, cond-mat 0210162

相互作用のあるボース系の ボース凝縮転移温度

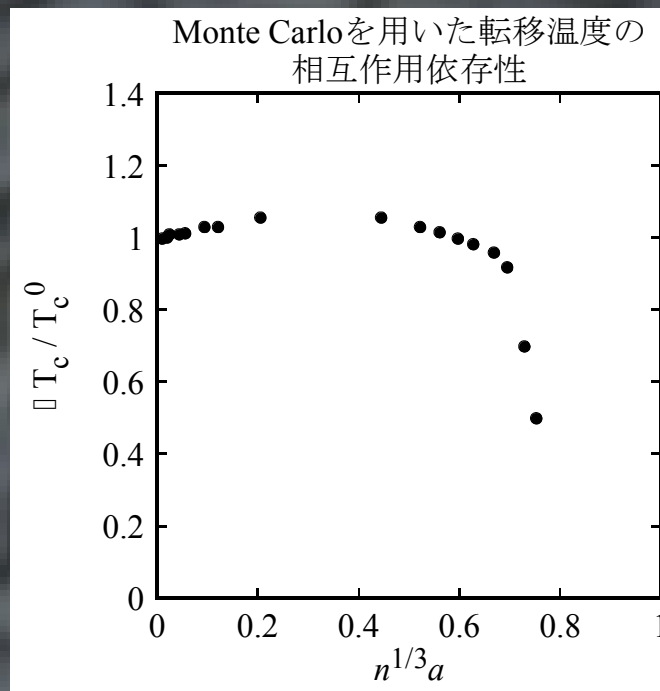
$$\frac{\Delta T_c}{T_c^0} = c_1 n^{1/3} a + c_2 n^{2/3} a^2$$

Monte Carlo

$$c_2 = 75.7, 101.4, 98.2, 82.9$$

six order perturbation

$$c_2 = 19.75$$



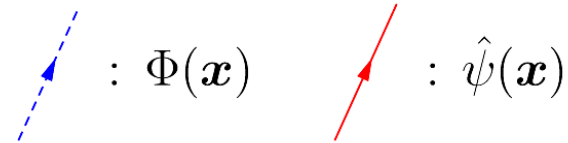
P. Arnold et. al.
Phys. Rev. A **65**
013606 (2002)

前回の計算

低温希薄領域でのボース凝縮と超流動の計算

M. Kobayashi and M. Tsubota, Bussei Kenkyu (Kyoto) 80 (2003) 729

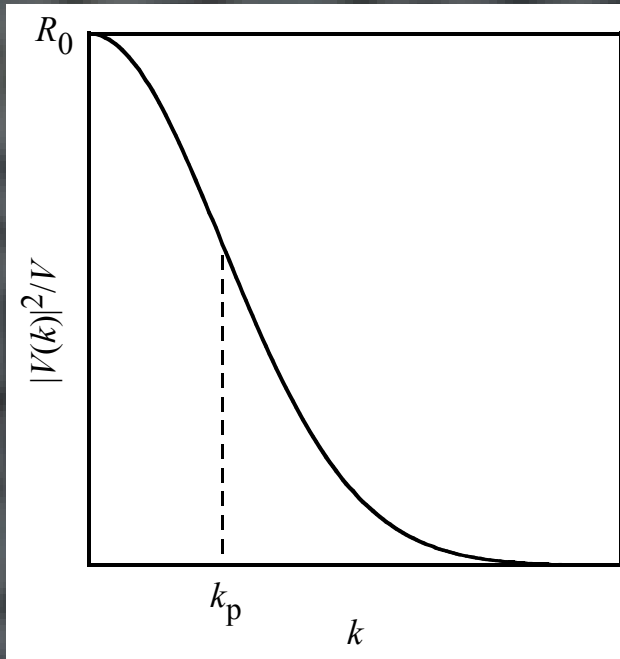
$$\hat{\Psi}(\mathbf{x}) \rightarrow \Phi(\mathbf{x}) + \hat{\psi}(\mathbf{x})$$

 : $\Phi(\mathbf{x})$: $\hat{\psi}(\mathbf{x})$

$$\begin{aligned} K_{I0} &= \text{diagram with two blue dashed lines and a wavy line} \\ \hat{K}_{I2} &= \text{diagram with two blue dashed lines, one red solid line, and a wavy line} + \text{diagram with one blue dashed line, two red solid lines, and a wavy line} + \text{diagram with two blue dashed lines, one red solid line, and a wavy line} + \text{etc} \\ \hat{K}_{R1} &= \text{diagram with a wavy line and one red solid line} + \text{diagram with a wavy line and one blue dashed line} \end{aligned}$$

~~$$\begin{aligned} \hat{K}_{I3} &= \text{diagram with two red solid lines, one blue dashed line, and a wavy line} + \text{etc} \\ \hat{K}_{I4} &= \text{diagram with two red solid lines, one blue dashed line, and a wavy line} \\ \hat{K}_{R2} &= \text{diagram with a wavy line and one red solid line} \end{aligned}$$~~

無視



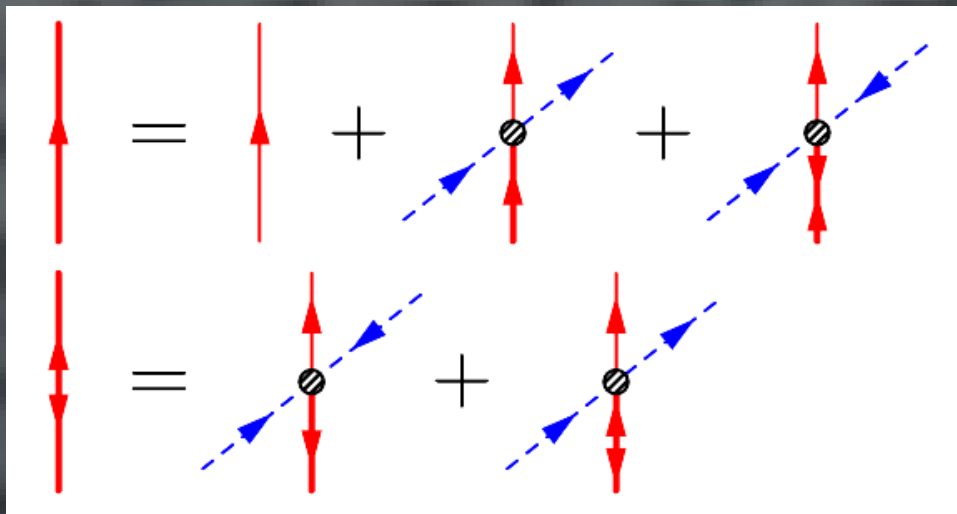
$$\frac{|V(k)|^2}{V} = R_0 \exp\left(-\frac{k^2}{2k_p^2}\right)$$

$$k_p = 2\pi/r_p$$

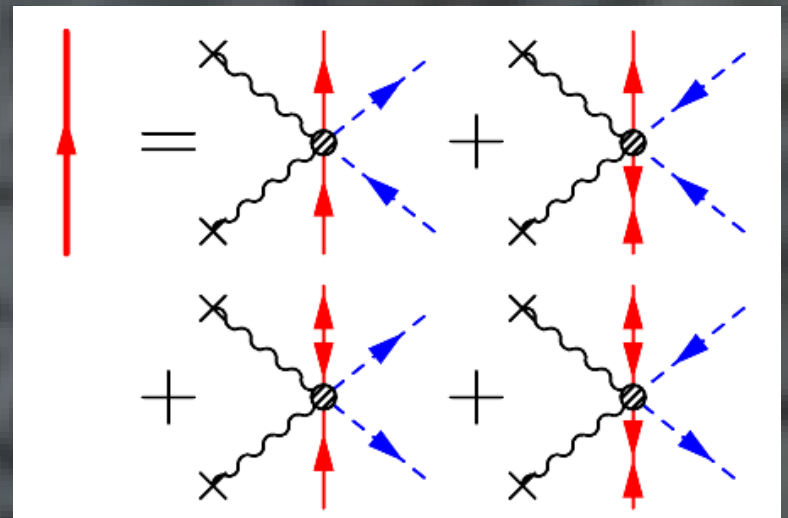
←アンサンブル平均されたランダムポテンシャルの波数依存性

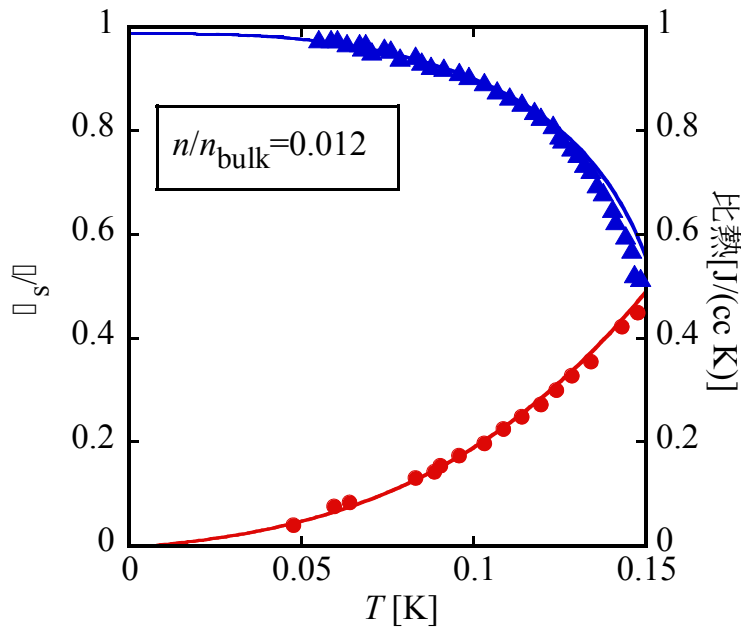
R_0 : ランダムポテンシャルの特徴的な強度
 k_p : 孔径に相当する波数

Perturbation of K_{I2}

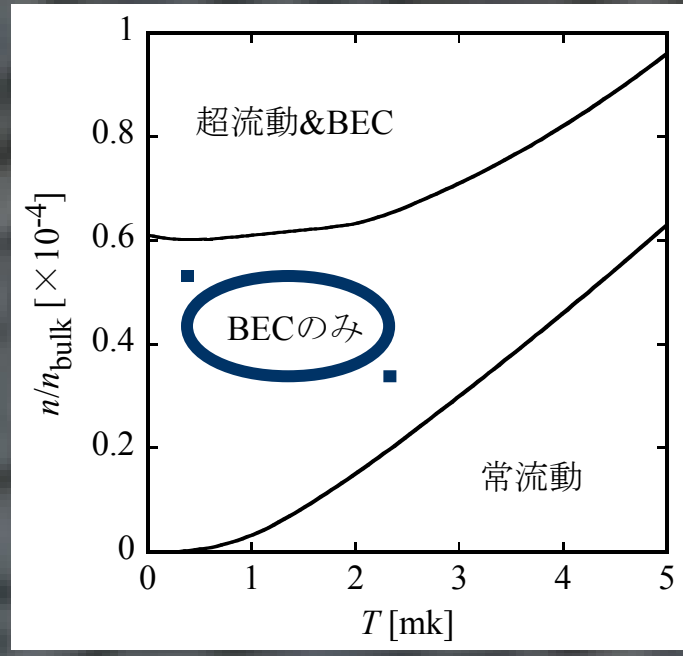
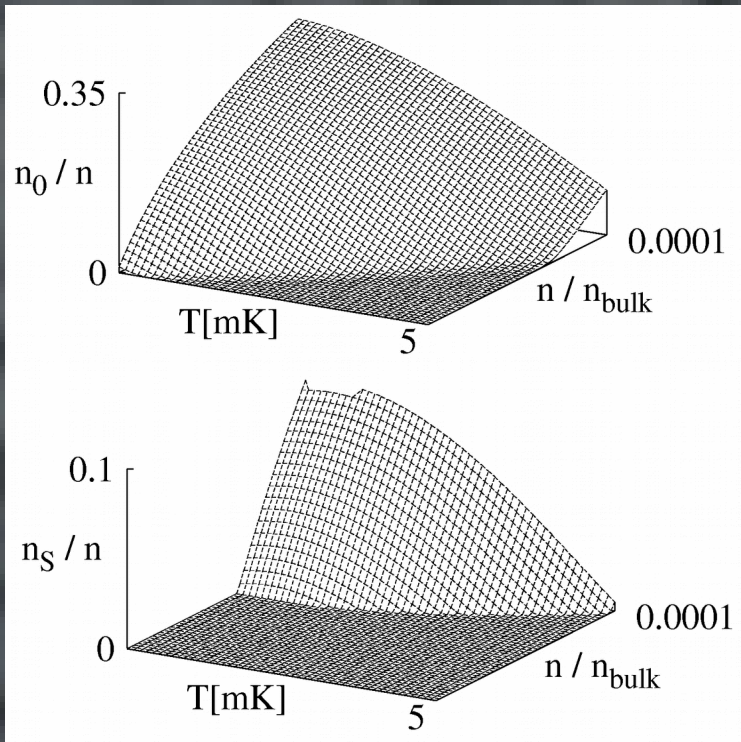


Perturbation of K_{R1}





低温低密度領域においてフリーパラメーターなしで実験結果とよく一致する



凝縮体が超流動になれない