



# 量子渦の自己相似的再結合 ダイナミクスの解析

---

大阪市立大・Maryland大



小林未知数・坪田誠・D. P. Lathrop





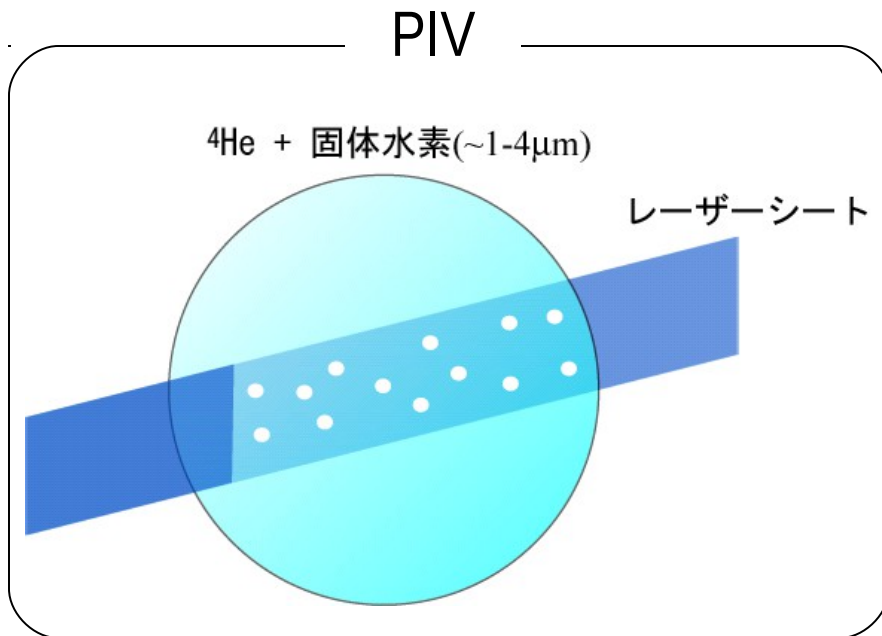
# Contents

---

1. Motivation : PIVを用いた量子渦とその再結合の観測
  2. 量子渦再結合ダイナミクスの理論的背景
  3. 解析的な考察と数値計算
  4. まとめ
- 
- 

# PIVを用いた量子渦の観測 (Maryland 大)

G. P. Bewley, D. P. Lathrop, K. R. Sreenivasan, Nature **441**, 588(2006).  
D. Lathrop, talk at PSM2007 in Gifu.



固体水素に働く力

$$F_{\text{drag}} = -6\pi\eta a v_{\text{surface}}$$

$$F_{\text{trap}} = \int_{\text{surface}} dS \nabla P$$

$$F_{\text{drag}} \gg F_{\text{trap}} : \text{粘性流体}$$

$$F_{\text{trap}} \gg F_{\text{drag}} : \text{超流体}$$

固体水素の運動は速度場に追随せず、量子渦にトラップされる。

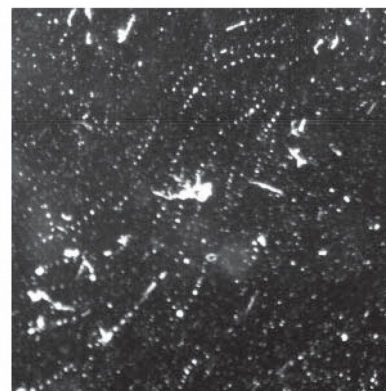
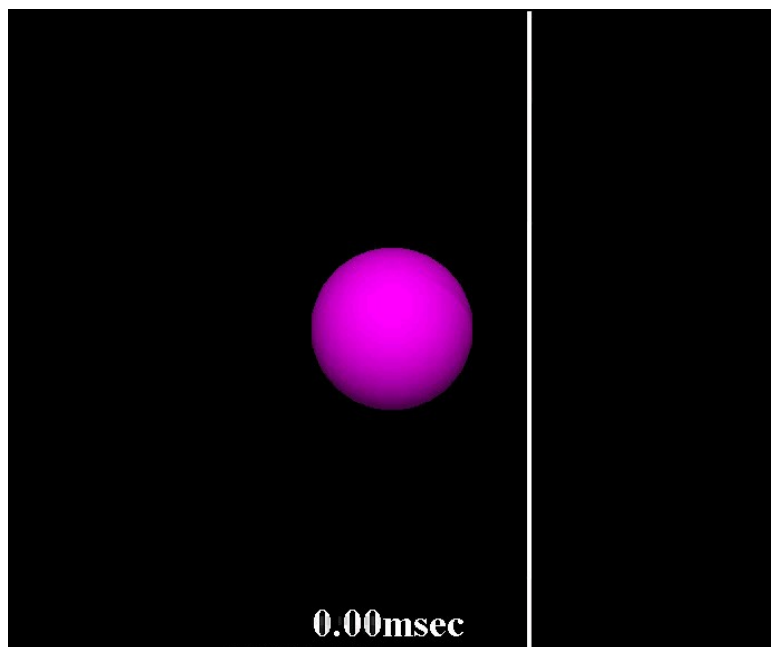
# PIVを用いた量子渦の観測

G. P. Bewley, D. P. Lathrop, K. R. Sreenivasan, Nature **441**, 588(2006).

D. Lathrop, talk at PSM2007 in Gifu.

量子渦にトラップされる球

藤山将士、日本物理学会2005年秋季大会



3 mm

A horizontal double-headed arrow indicating a scale of 3 mm.

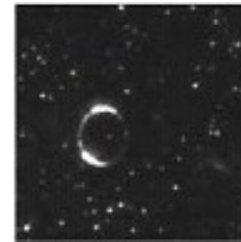
ひも状の量子渦の  
観測（熱対向流  
中）



量子渦格子の観測  
（回転下）

# 量子渦の再結合

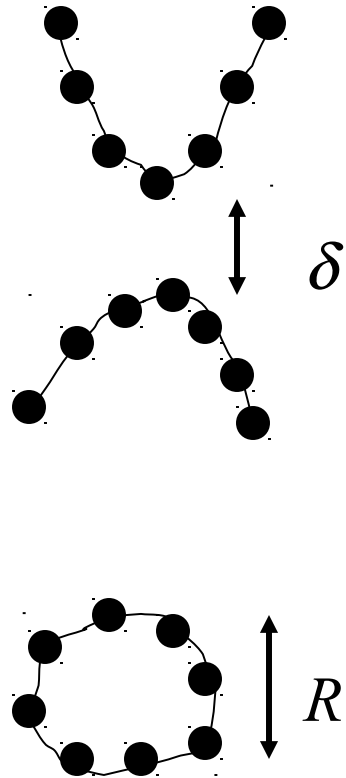
G. P. Bewley, D. P. Lathrop, K. R. Sreenivasan, Nature **441**, 588(2006).  
D. Lathrop, talk at PSM2007 in Gifu.



渦輪の消滅？

本当に渦の再結合  
なのか？

# 再結合のデータ解析

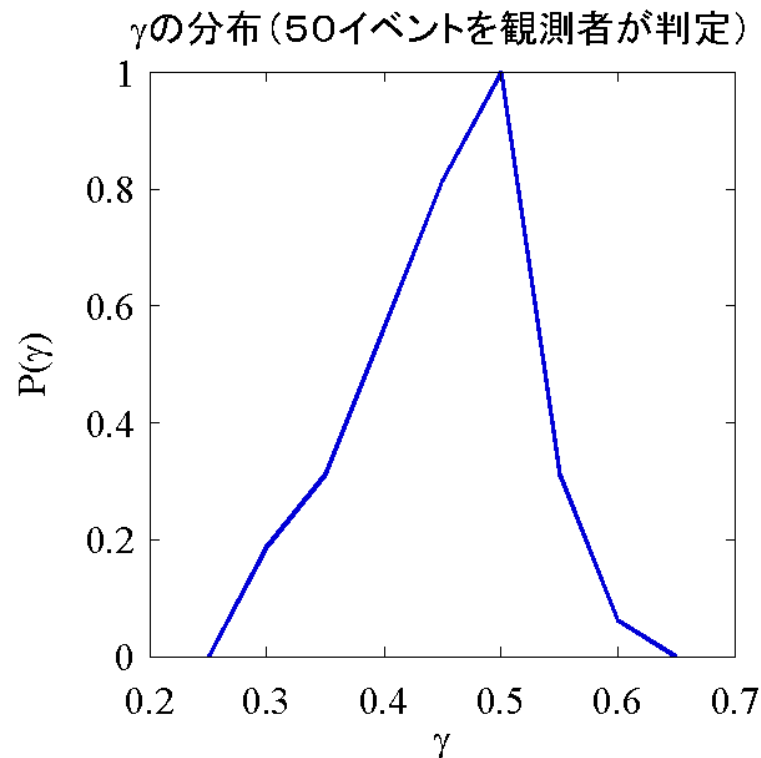


$$\delta \sim \kappa |t - t_c|^\gamma$$

$$R \sim \kappa |t - t_c|^\gamma$$



$\gamma \sim 0.5$  (理論)



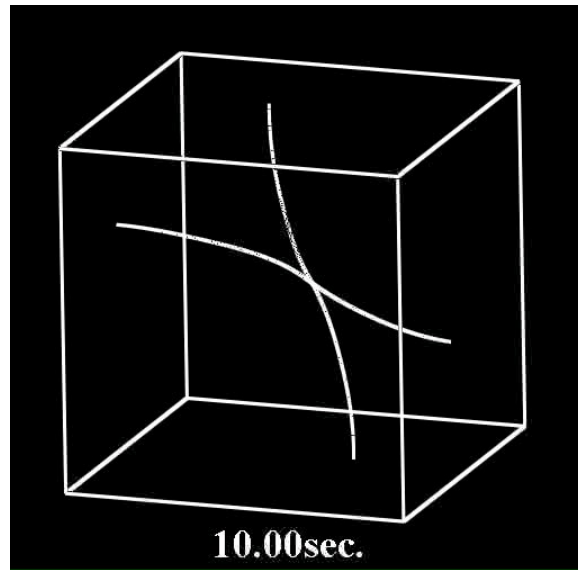
0.5にピークを持っているように見えるが  
かなりばらつく

ばらつきの変因は  
何かを調べる

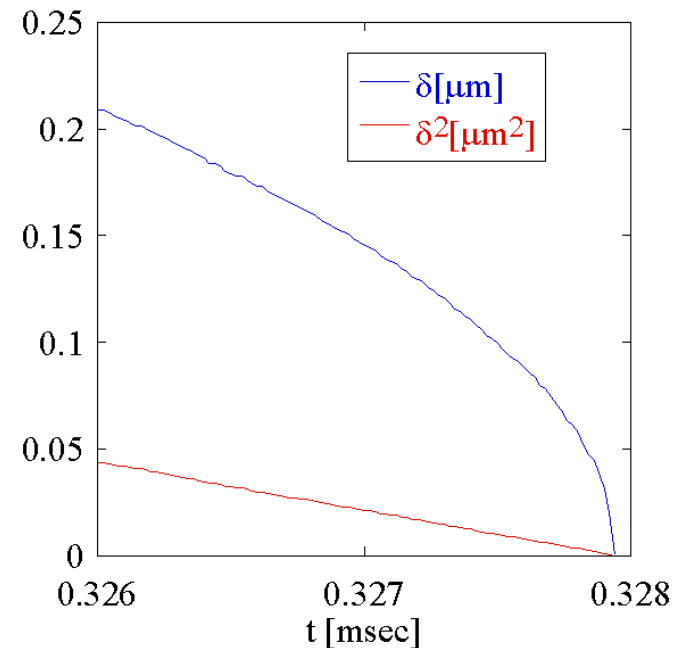
# 再結合の数値シミュレーション

渦糸近似のシミュレーション

A. T. A. M. de Waele and R. G. K. M. Aarts, Phys. Rev. Lett. **94**, 482(1994).

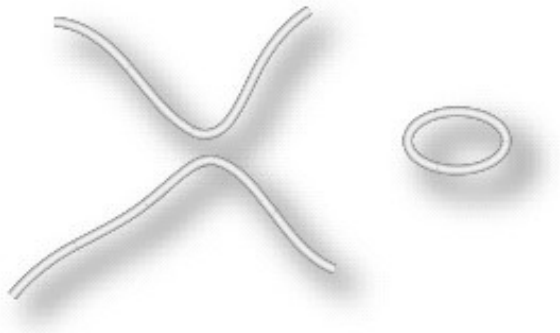


(アニメーションは藤山将士氏作成)



ほぼ  $\delta \propto |t - t_c|^{0.5}$  を示している

# 再結合ダイナミクスの解析



→再結合や渦輪消滅時に渦の微小要素が反平行になる

## 2次元解析

$$\dot{\delta}(t) = -\alpha \frac{\beta}{\delta(t)}$$

$\alpha$  : 渦糸の形状や相互摩擦力で決まるパラメータ

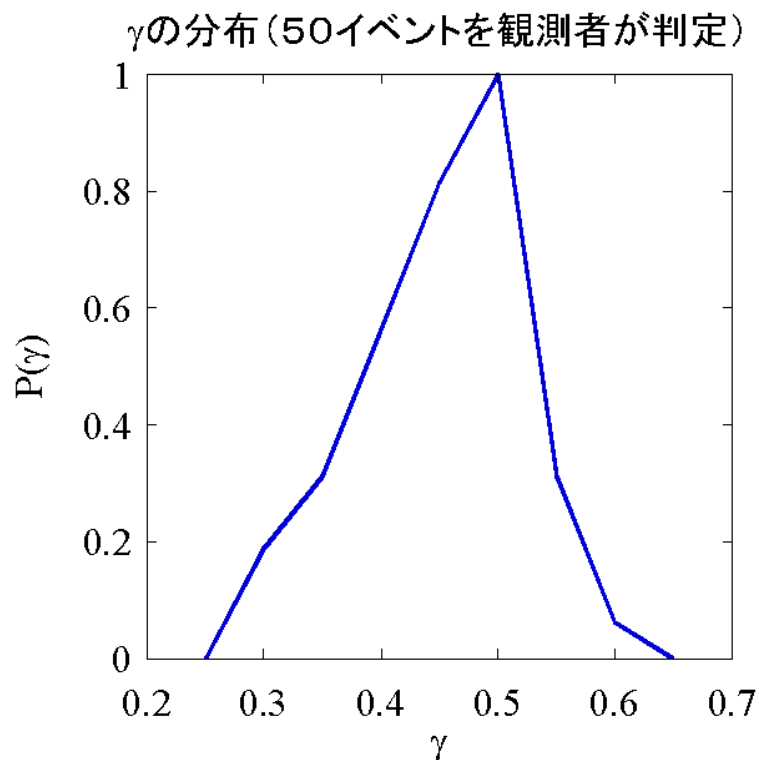
$$\beta = \frac{\kappa}{2\pi}$$



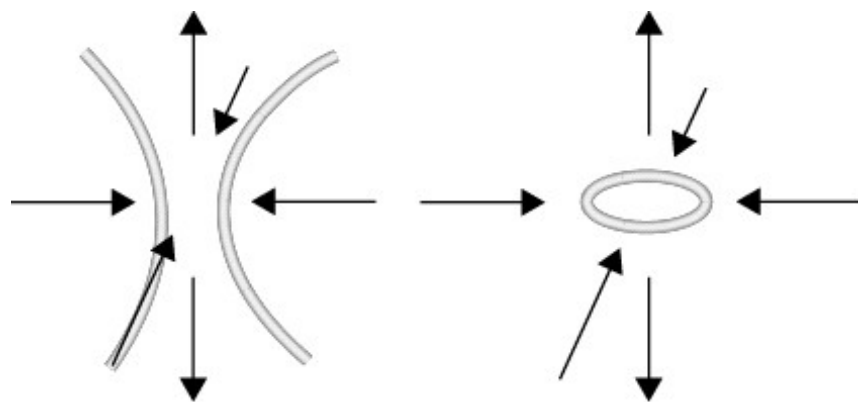
$$\delta(t) \simeq (\delta_0 - 2\alpha\beta t)^{0.5} \quad \longrightarrow \quad \gamma \sim 0.5$$



# $\gamma = 0.5$ からのばらつきの原因は何か？



→ ストレイン場の影響？



渦糸と球との相互作用や乱流中での異なる渦からの影響により再結合点に強いストレイン場がかかる

→  $\gamma = 0.5$ からのずれの最も大きな要因？

# 流れ場の影響（2次元解析）

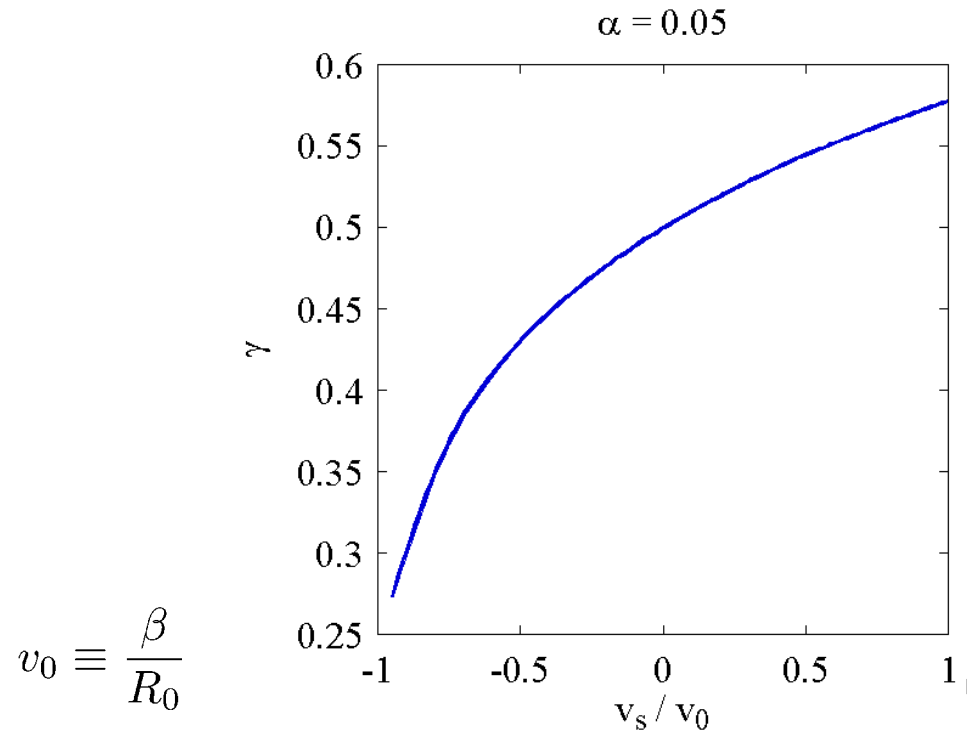
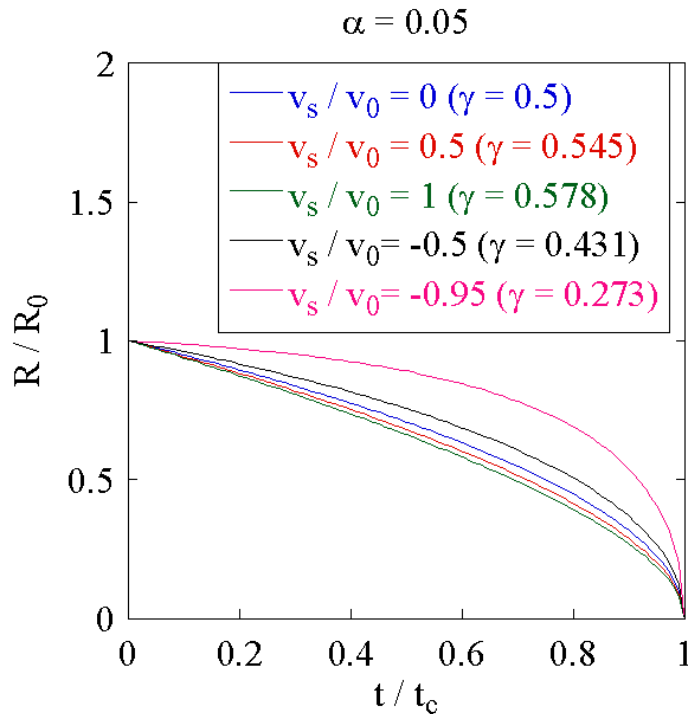
$$\dot{\delta}(t) = -\alpha \left[ v_s + \frac{\beta}{\delta(t)} \right]$$

$v_s$  : 外部からの超流動速度場

$$\delta(t) = \frac{-1 - W[(v_s \delta_0 + 1)e^{-\alpha v_s^2 t + v_s \delta_0 + 1}]}{v_s}$$

$$t_c = \frac{v_s \delta_0 - \log(1 + v_s \delta_0)}{\alpha v_s^2}$$

$W(x)$  : ランベルトの W 関数 :  $x = W(x)e^{W(x)}$



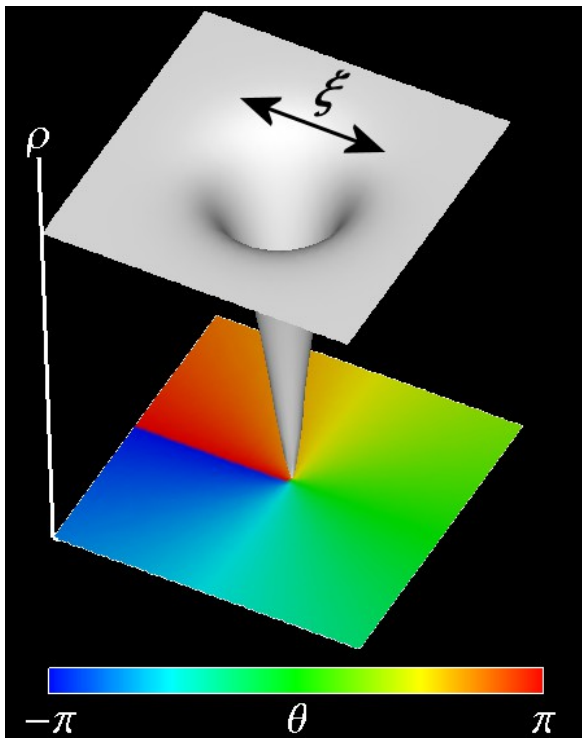
# 研究目的

1. Gross-Piteavskii方程式の数値シミュレーションを用いて渦輪消滅のダイナミクスにおける外場（一様、ストレイン）の影響を調べる。
2. 一様場、ストレイン場を比較し、実験との比較を行う。

# Gross-Pitaevskii(GP)方程式

$$(i - \gamma)\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \mu + \frac{\hbar^2}{2m\xi^2 \rho_0} |\Phi|^2 - i\mathbf{v}_s \cdot \nabla \right] \Phi$$

GP方程式における量子渦



$\Phi = \sqrt{\rho} e^{i\theta}$  : 巨視的波動関数

$\rho_0$  : 平均密度

$\xi$  : 渦芯の大きさ

$\gamma$  : 相互摩擦力を表す散逸項

$\alpha \simeq \gamma$

$\alpha' \simeq \gamma^2$  (簡単な解析より)

# シミュレーションの詳細

超流動<sup>4</sup>He :  $\xi = 1 \text{ \AA}$

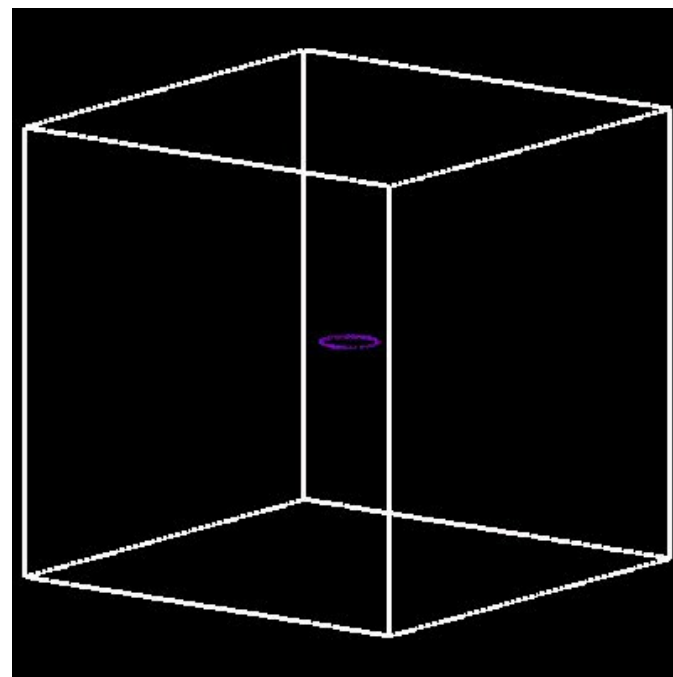
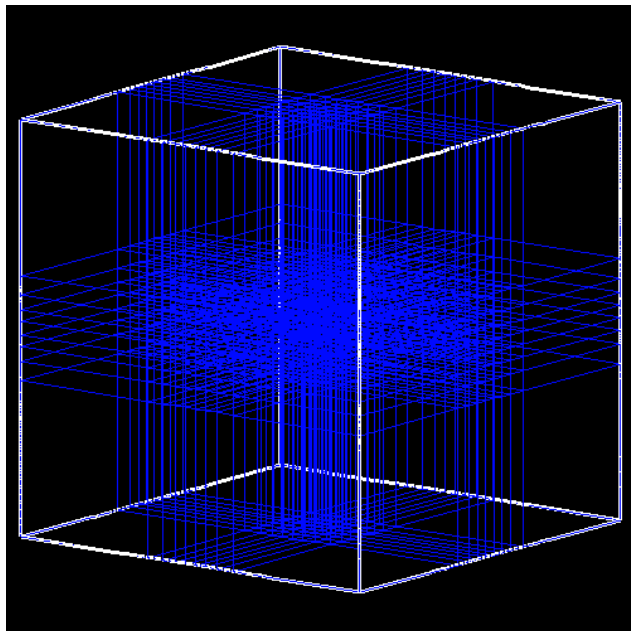
初期半径 :  $R_0 = 12.5 \text{ \mu m}$

計算に用いる箱 :  $L = 100$

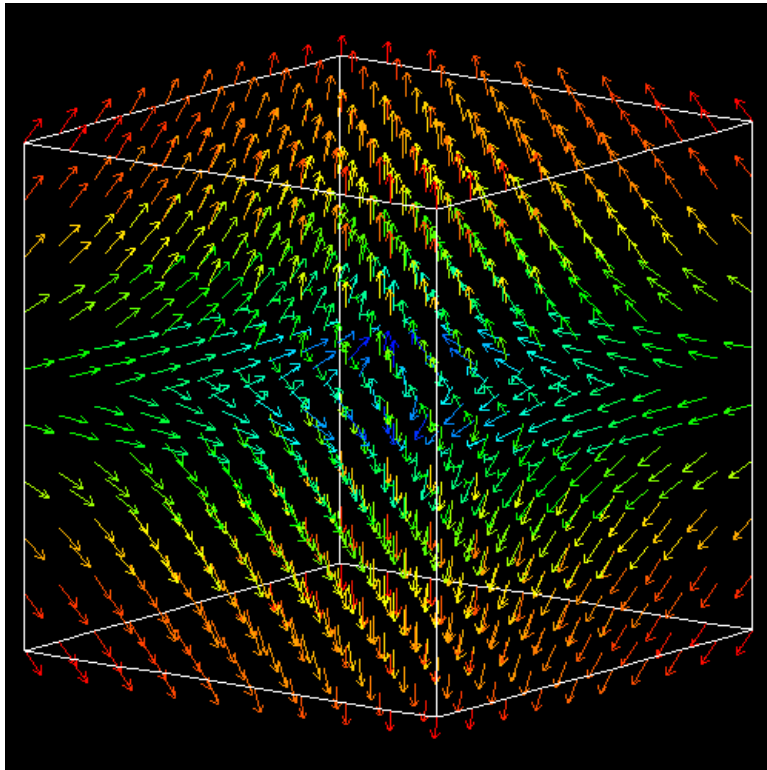
$\text{\mu m}$   $\gamma = 0.05$  ( $T = 1.4 \text{ K}$ )

境界条件 : ノイマン境界条件

計算に用いるグリッド



# ストレイン場



ストレイン場： $\mathbf{v}_{\text{strain}} = \frac{2\pi v_s}{L} [x, y, -2z]$

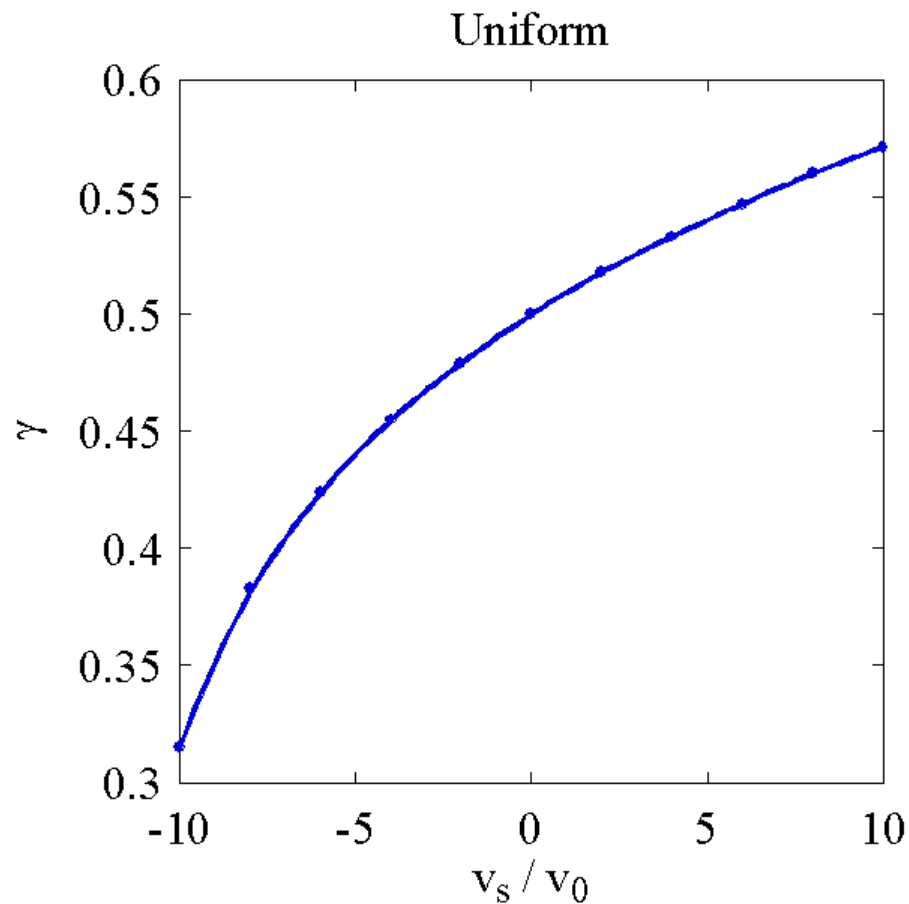
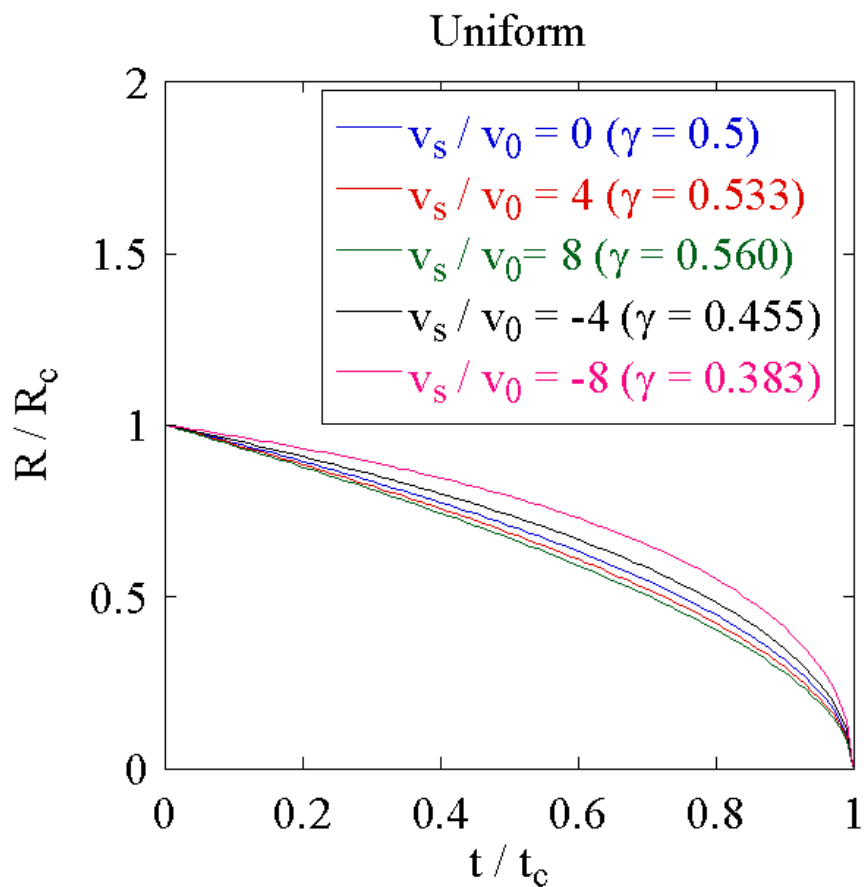


変更

$$\mathbf{v}_{\text{strain}} = v_s [\sin(2\pi x/L), \sin(2\pi y/L), -2 \sin(2\pi z/L)]$$

$:x, y, z = \pm L/2$ にてノイマン境界条件を満たす。

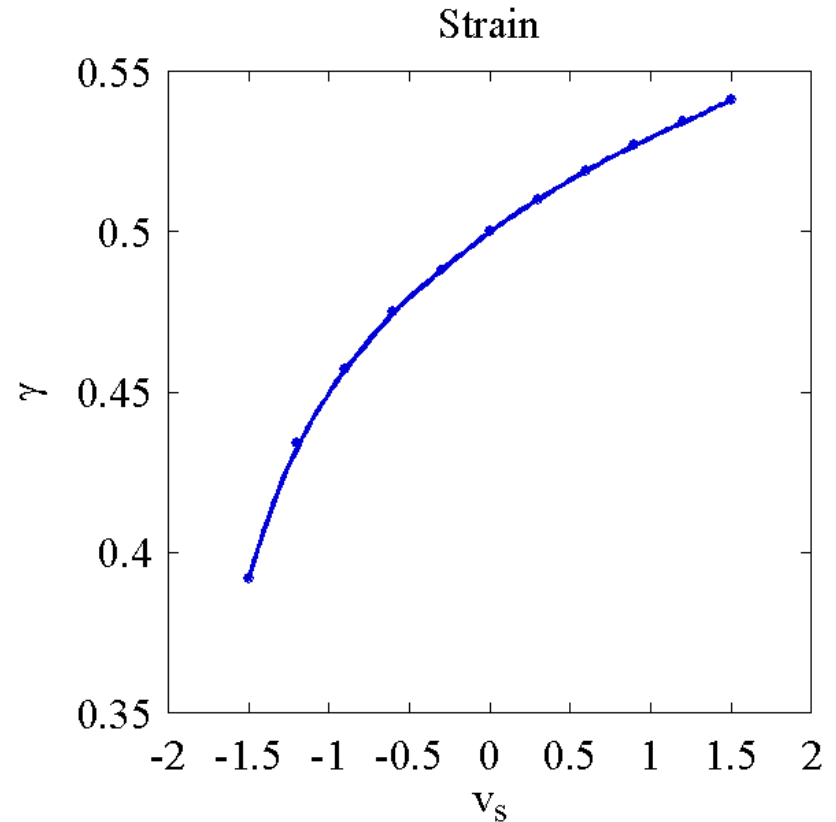
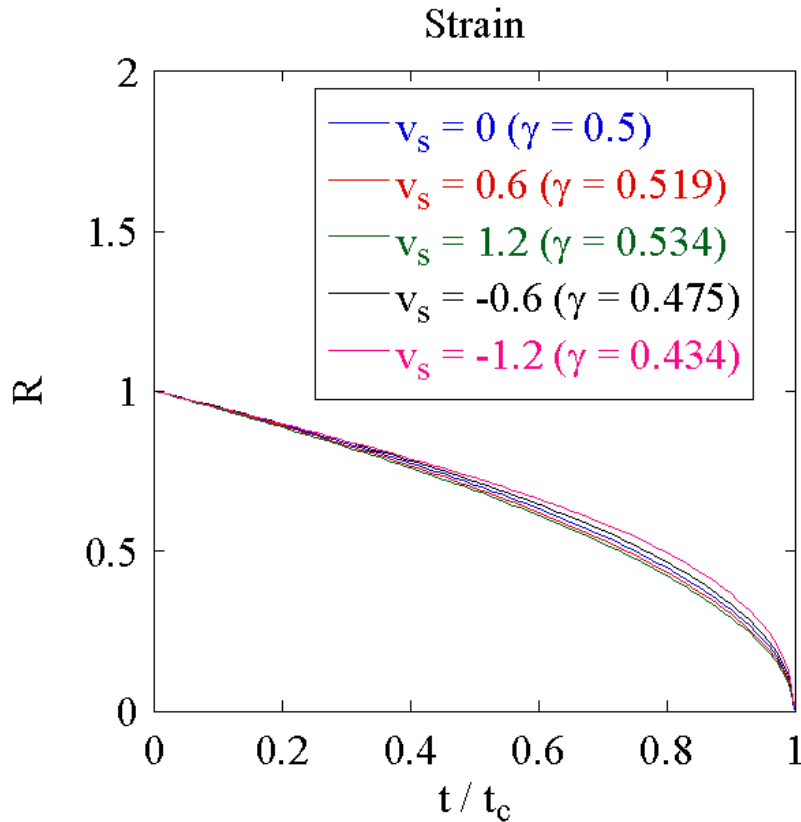
# 一様流の場合



$$v_0 \equiv \frac{\kappa}{4\pi R_0} = 6.35 \times 10^{-4}$$

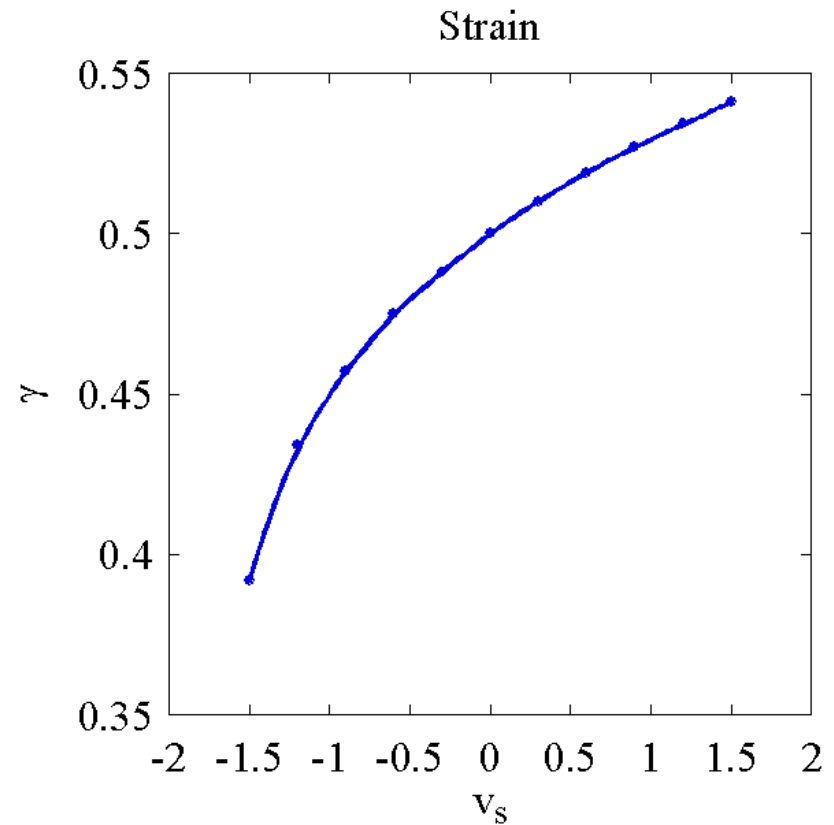
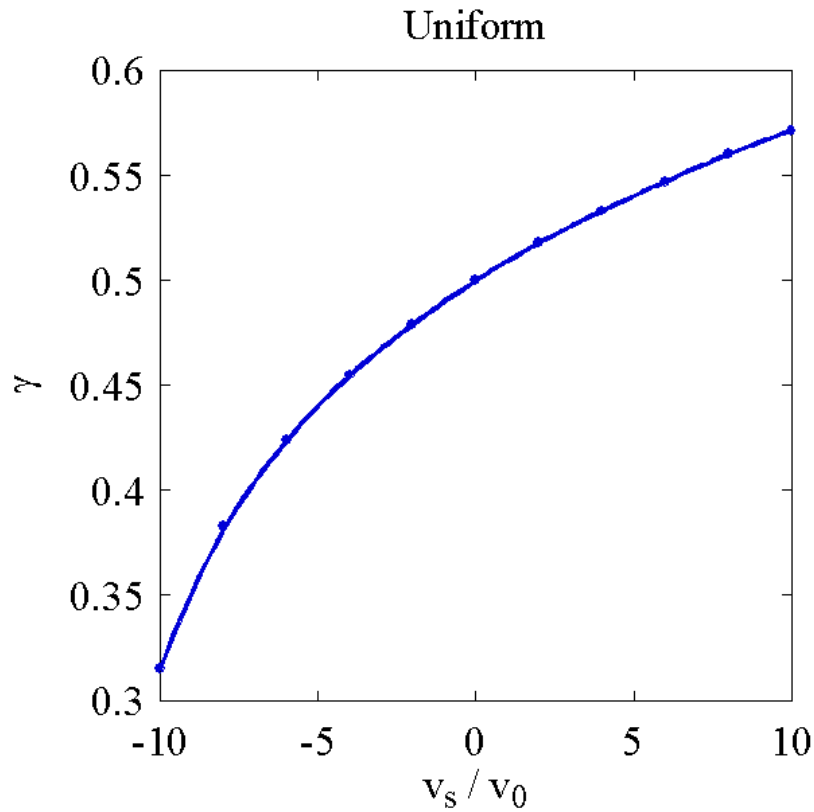
2次元解析の場合と同様、指数が変わる

# ストレイン場の場合





# 一様流とストレイン場の比較



ストレイン場は一様流に比べて指数を著しく変える

# 指数の分布

$$P(\gamma) \propto \frac{d\gamma}{dv_s} P(v_s)$$

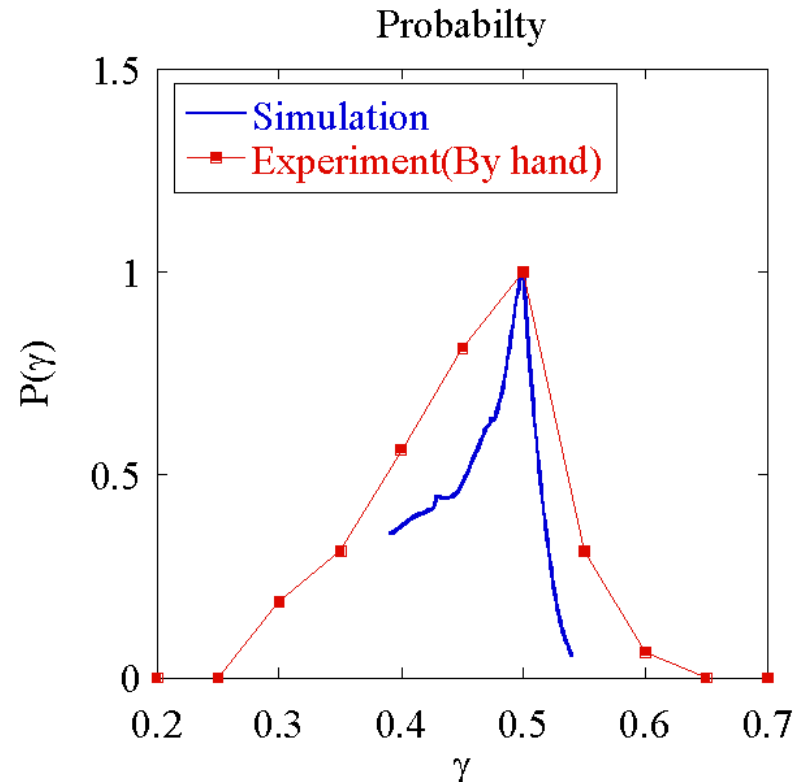
$P(v_s)$  : 超流動速度場の確率密度分布

実験で得られているPDFを用いる

$$P(v_s) \propto |v_s - v_c|^3$$

$v_c \sim 2.0 v_0$  : 渦輪が消滅する臨界速度

定性的に指数分布を再現



# 指数の分布

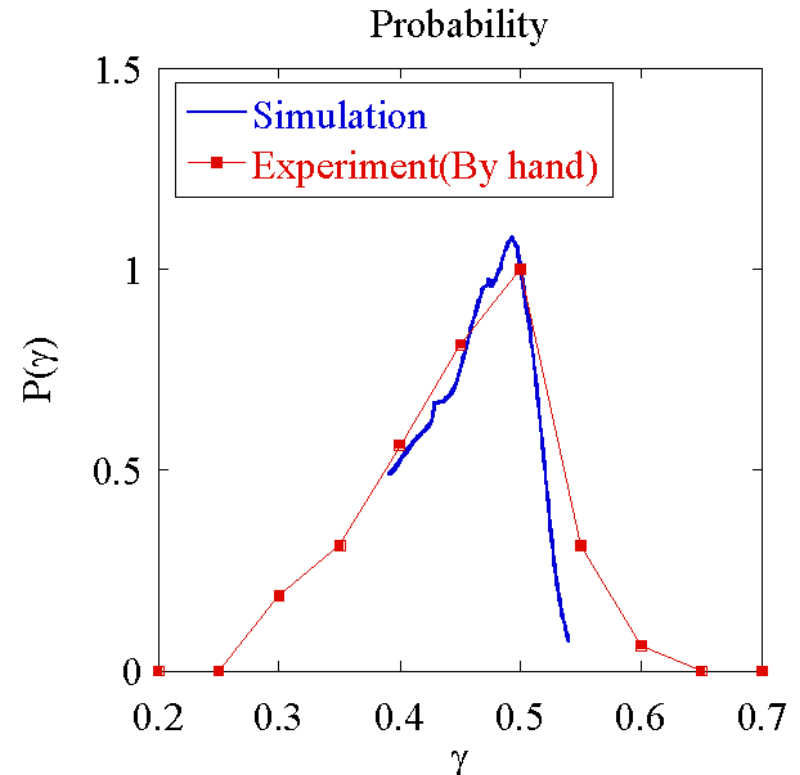
$$P(\gamma) \propto \frac{d\gamma}{dv_s} P(v_s)$$

$P(v_s)$  : 超流動速度場の確率密度分布

ガウス型の PDFを用いる

$$P(v_s) \propto \exp[-(v_s/v_c)^2]$$

指数分布を再現は良い

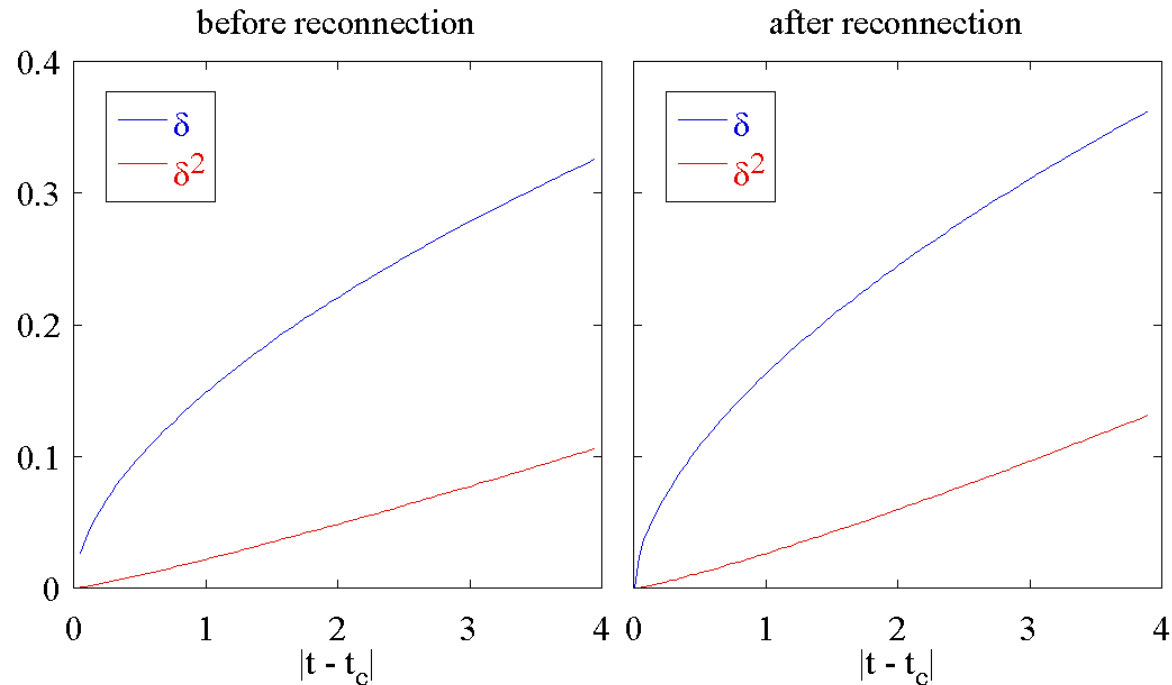
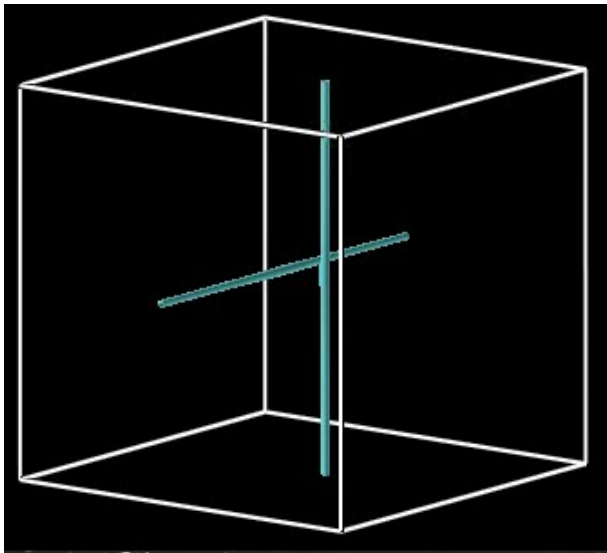


# まとめ

- 渦輪消滅のダイナミクスにおいて、ストレイン場からの影響を調べた。
- ストレイン場は渦輪消滅（や再結合）に対する指数に関して大幅に影響を与える。
- 適当な速度場の確率密度分布の元で、実験で得られた指数分布を得ることができた。
- （今後の課題：再結合のストレイン場依存性）。

# 再結合の数値シミュレーション

Gross-Pitaevskii方程式のシミュレーション

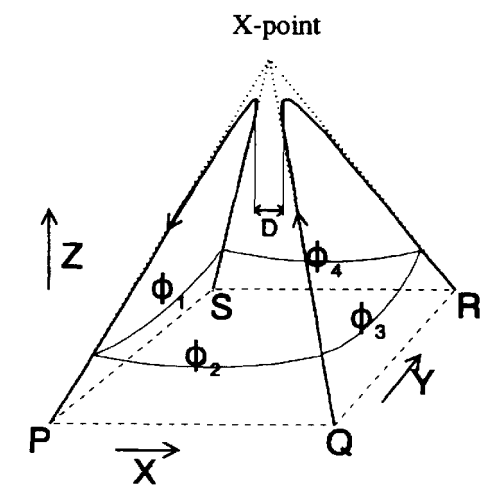
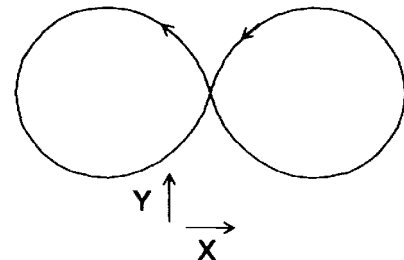
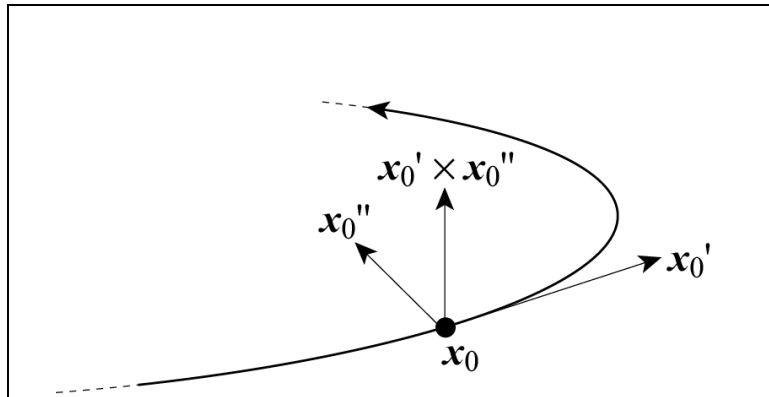


ほぼ  $\delta \propto |t - t_c|^{0.5}$  を示している

# 計算

A. T. A. M. de Waele and R. G. K. M. Aarts, Phys. Rev. Lett. **94**, 482(1994).

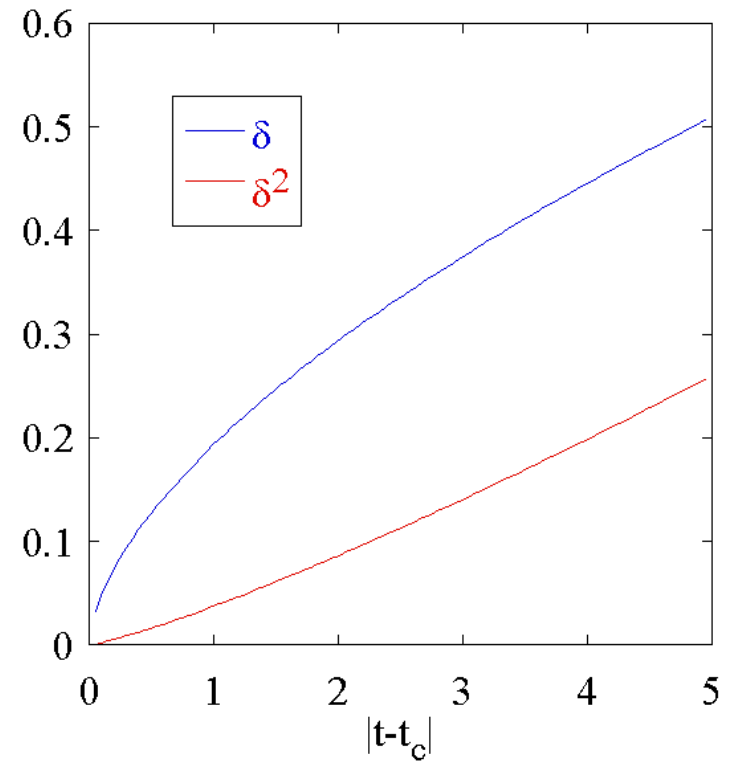
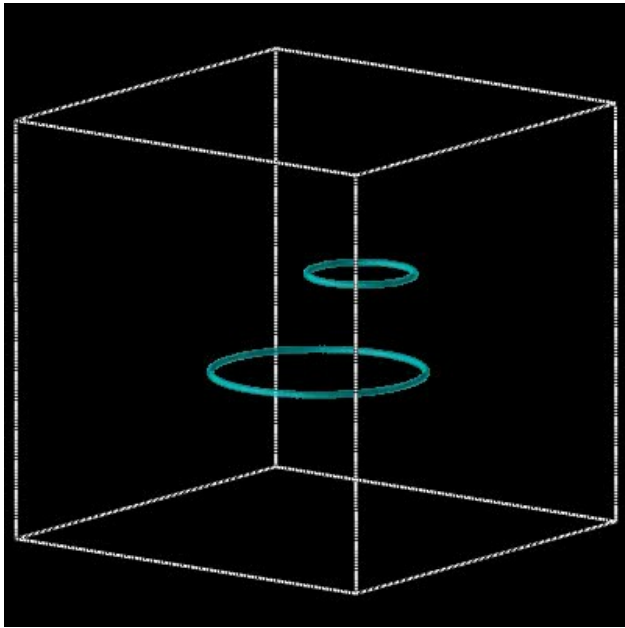
渦糸近似を用いたシミュレーション



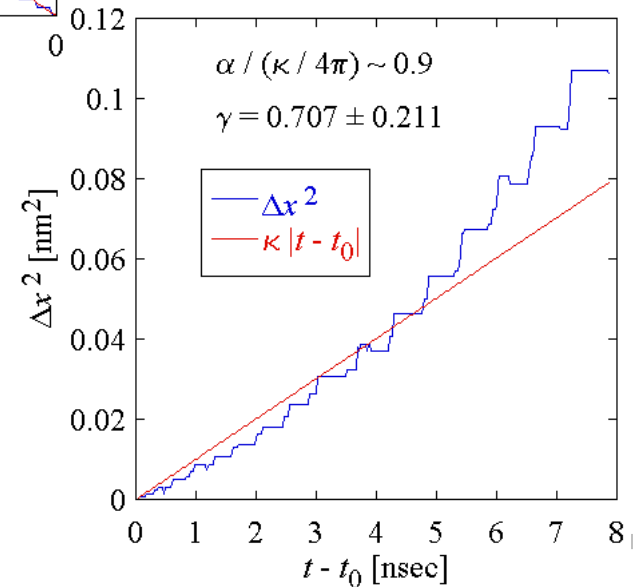
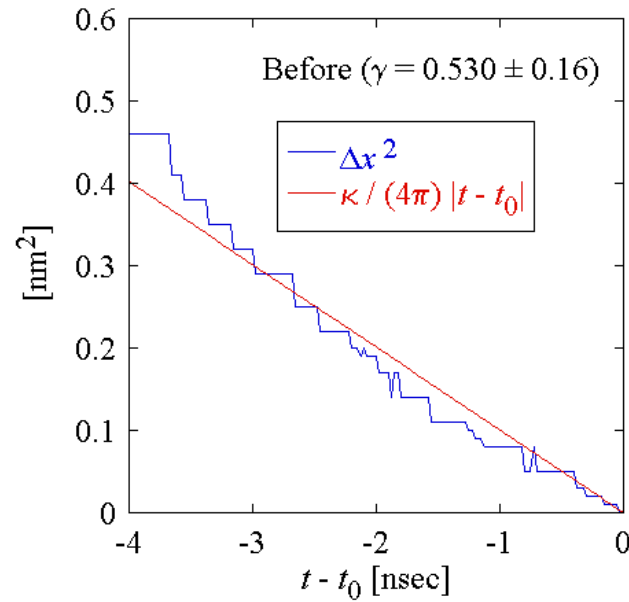
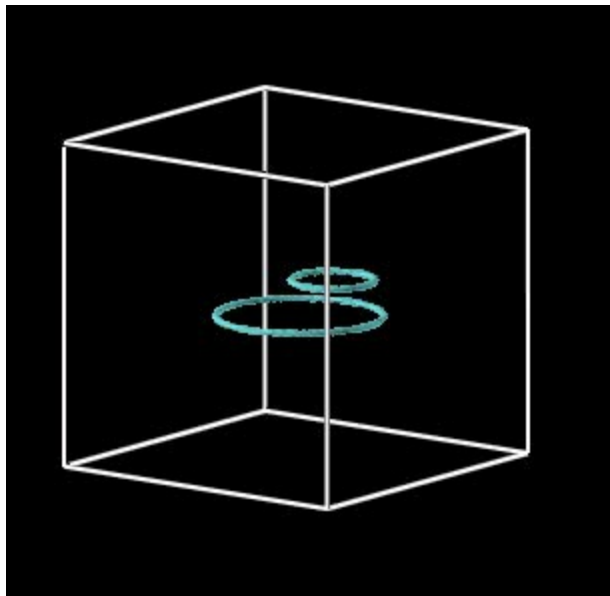
$$\frac{\partial \mathbf{x}_0(t)}{\partial t} = \mathbf{v}_s(\mathbf{x}_0)$$
$$\mathbf{v}_s(\mathbf{x}) = \mathbf{v}_{\text{ind}}(\mathbf{x}) + \mathbf{v}_{\text{sa}}(\mathbf{x})$$
$$\mathbf{v}_{\text{ind}}(\mathbf{x}) = \frac{\kappa}{4\pi} \int \frac{[\mathbf{x}_0(t) - \mathbf{x}] \times d\mathbf{x}_0(t)}{|\mathbf{x}_0(t) - \mathbf{x}|^3}$$

- 再結合の瞬間にピラミッドのような (self-similarな) 構造をとる
- 様々な再結合の過程でこの構造がユニバーサルに (特に $\phi_1 \sim \phi_4$ を含めて) 現れる

# 色々な再結合

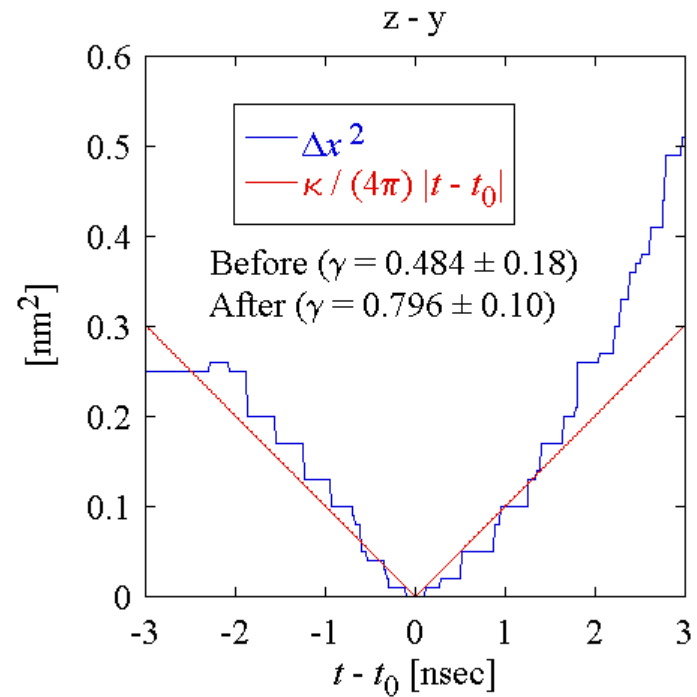
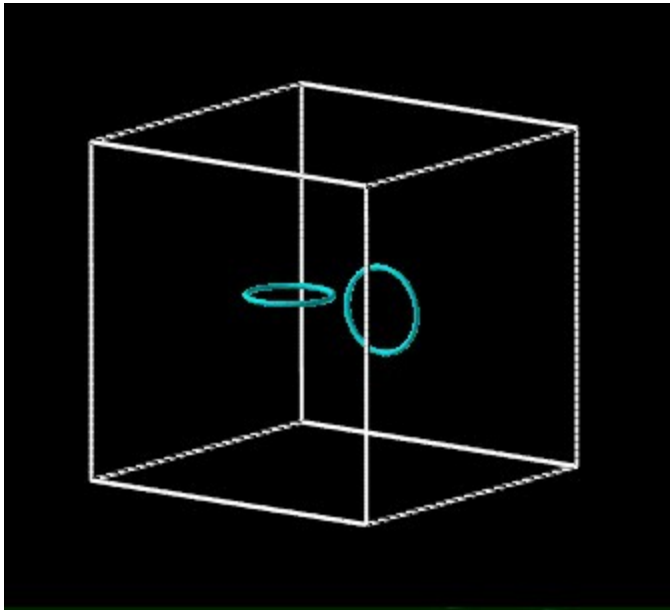


# 色々な再結合

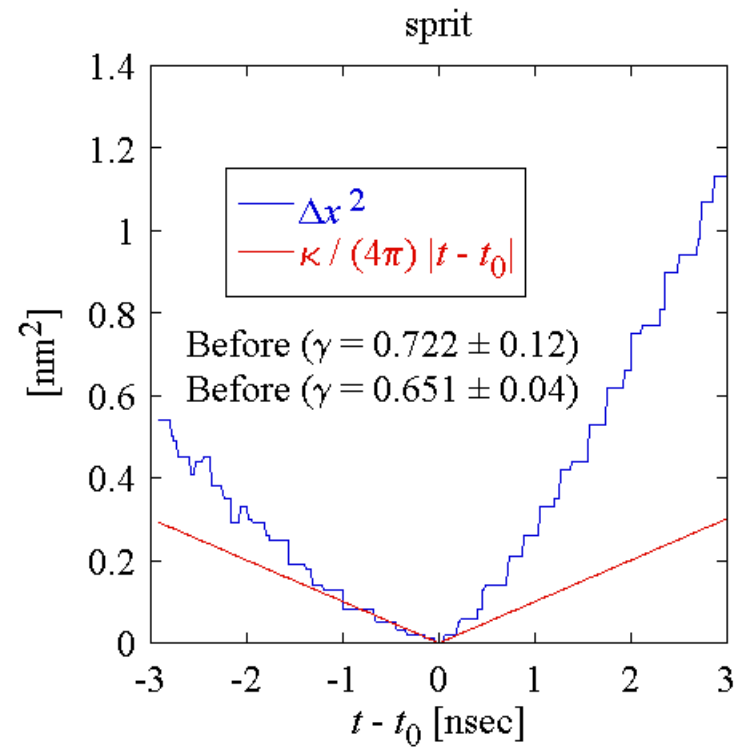
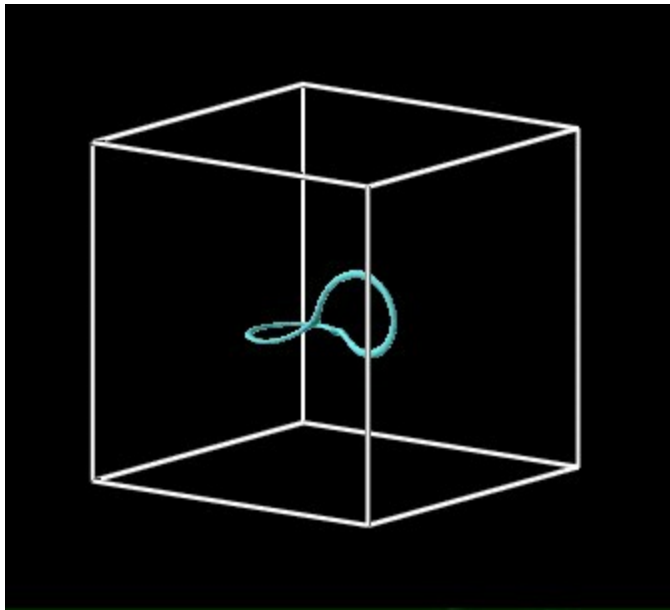




# 色々な再結合



# 色々な再結合



# 色々な再結合

