

25aZE14

スピン2ボース・アインシュタイン凝縮体における渦芯構造

Vortex Tiling in Spin-2 Spinor Bose-Einstein Condensates

東京大学

小林未知数

川口由紀

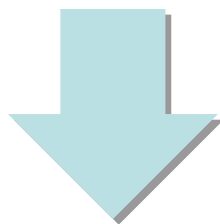
上田正仁

9月25日 日本物理学会2009年秋季大会

量子渦の渦芯構造

超流動液体Heの量子渦

- ^4He ：密度の穴が空く
- ^3He ：複数のオーダーパラメーターが存在するため、渦芯に外側とは対称性の異なったオーダーパラメーターが入る可能性が示されている

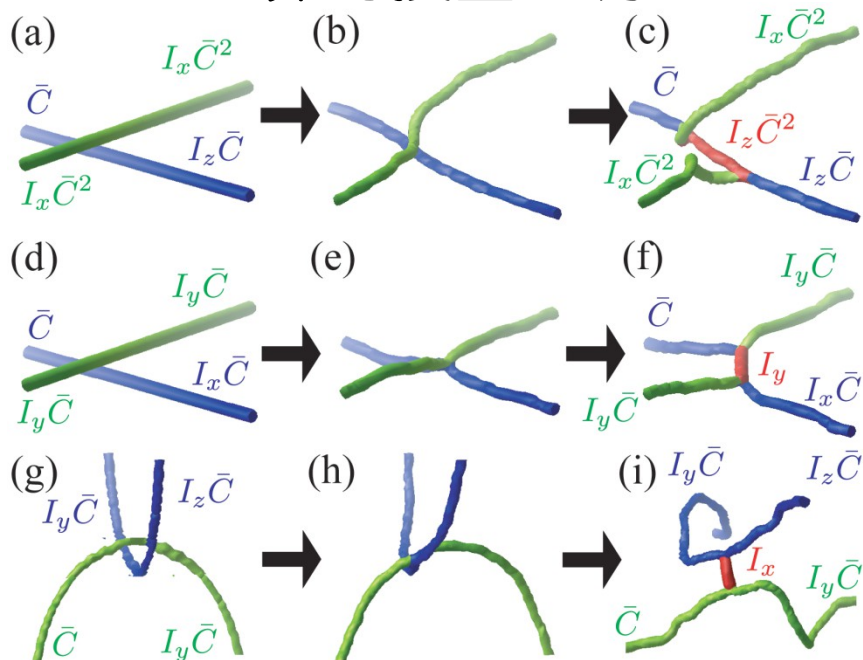


スピノールBECの場合、さらに興味深い渦芯構造が期待される

Spin-2 BECの量子渦

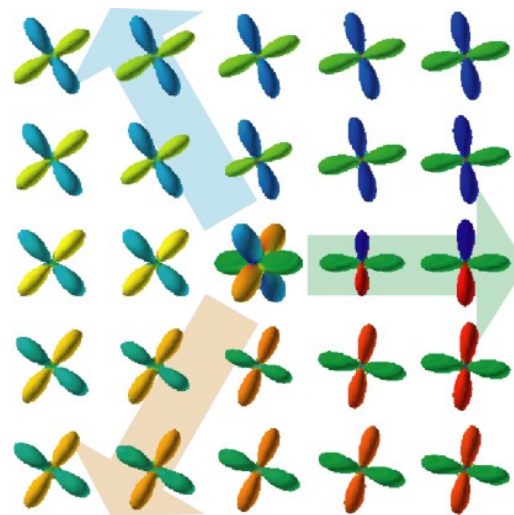
spin-2 BECの量子渦にはspin-1 BECの量子渦には現れない興味深い現象が（少なくとも）2つ存在する

非可換量子渦



MK, YK, M. Nitta, and MU, PRL **103** 115301 (2009).

Vortex tiling (今回説明)



MK, YK, and MU, arXiv:0907.3716.

Vortex Tilingとは?

Scalar BEC

渦芯：密度の穴が空く

Spin-1 BEC

基底状態

ferromagnetic相とpolar相

- ferromagnetic相の渦：polarコア
- polar相の渦：ferromagneticコア

Spin-2 BEC

基底状態：

Ferromagnetic, Uniaxial nematic,
Biaxial nematic, Cyclic

Vortex tiling

1. 渦芯にどのオーダーパラメーターが入るか?
2. スピン空間のどの向きで入るか?
3. 外側と内側でオーダーパラメーターが異なる離散対称性を持っているときにどうなるか

Spin-2 BECのハミルトニアンと基底状態

$$H = \int d\mathbf{x} \left[-\Psi_m^* \frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 \Psi_m + \frac{c_0}{2} n_{\text{tot}}^2 + \frac{c_1}{2} \mathbf{F}^2 + \frac{c_2}{2} |A_{20}|^2 \right]$$

$$c_0 = \frac{4g_2 + 3g_4}{7}, \quad c_1 = \frac{g_4 - g_2}{7}, \quad c_2 = \frac{7g_0 - 10g_2 + 3g_4}{7}$$

$$n_{\text{tot}}(\mathbf{x}) = \Psi_m^*(\mathbf{x}) \Psi_m(\mathbf{x}), \quad \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \Psi_m^*(\mathbf{x}) \hat{\mathbf{F}}_{mm'}(\mathbf{x}) \Psi_{m'}(\mathbf{x})$$

$$A_{00}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{5}} [2\Psi_2(\mathbf{x})\Psi_{-2}(\mathbf{x}) - 2\Psi_1(\mathbf{x})\Psi_{-1}(\mathbf{x}) + \Psi_0(\mathbf{x})^2]$$

n_{tot} : 密度

\mathbf{F} : スピン密度

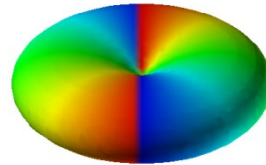
A_{00} : シングレットペア振幅

Spin-2 BECのハミルトニアンと基底状態

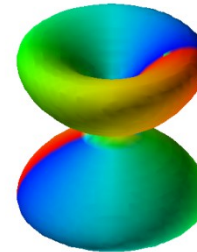
$$H = \int dx \left[-\Psi_m^* \frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 \Psi_m + \frac{c_0}{2} n_{\text{tot}}^2 + \frac{c_1}{2} F^2 + \frac{c_2}{2} |A_{20}|^2 \right]$$

$$\sum_{m=-2}^2 \Psi_m Y_{2,m}$$

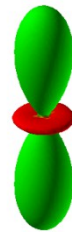
$Y_{2,2}$



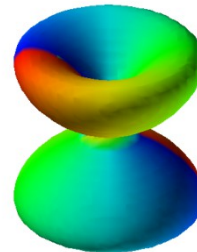
$Y_{2,1}$



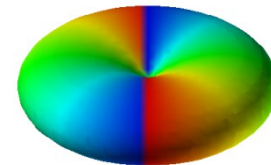
$Y_{2,0}$



$Y_{2,-1}$



$Y_{2,-2}$



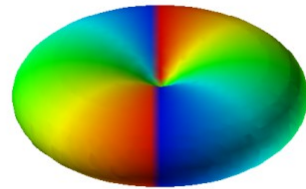
オーダーパラメータのスピンスピン空間における形を球面調和関数を用いて表す

Spin-2 BECのハミルトニアンと基底状態

$$H = \int dx \left[-\Psi_m^* \frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 \Psi_m + \frac{c_0}{2} n_{\text{tot}}^2 + \frac{c_1}{2} \mathbf{F}^2 + \frac{c_2}{2} |A_{20}|^2 \right]$$

$$c_1 < 0$$

Ferromagnetic : U(1)



$$\Psi_F = (1, 0, 0, 0, 0)^T$$

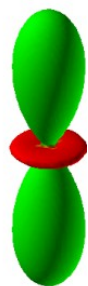
$$|\mathbf{F}| \neq 0, A_{20} = 0$$

磁化を持っている状態

Spin-2 BECのハミルトニアンと基底状態

$$H = \int dx \left[-\Psi_m^* \frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 \Psi_m + \frac{c_0}{2} n_{\text{tot}}^2 + \frac{c_1}{2} \mathbf{F}^2 + \frac{c_2}{2} |A_{20}|^2 \right]$$

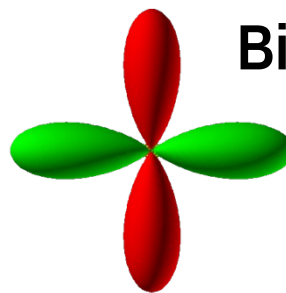
$$c_1 > 0, c_2 < 0$$



Uniaxial nematic : 棒型

$$\Psi_U = (0, 0, 1, 0, 0)^T$$

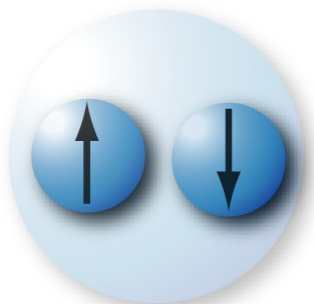
$$|\mathbf{F}| = 0, A_{20} \neq 0$$



Biaxial nematic : 四つ葉型

$$\Psi_B = (1, 0, 0, 0, 1)^T / \sqrt{2}$$

$$|\mathbf{F}| = 0, A_{20} \neq 0$$

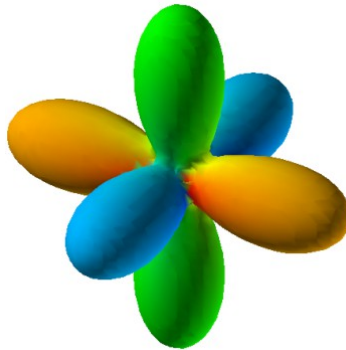


シングレットペアを作っている状態

Spin-2 BECのハミルトニアンと基底状態

$$H = \int dx \left[-\Psi_m^* \frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 \Psi_m + \frac{c_0}{2} n_{\text{tot}}^2 + \frac{c_1}{2} F^2 + \frac{c_2}{2} |A_{20}|^2 \right]$$

$$c_1 > 0, c_2 > 0$$

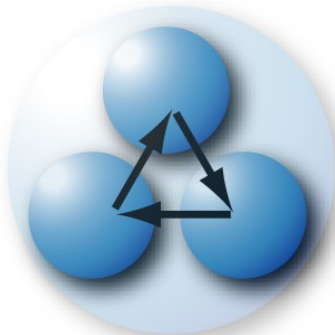


Cyclic : トライアド

$$\Psi_C = (1, 0, 0, \sqrt{2}, 0)^T / \sqrt{3}$$

$$|F| = 0, A_{20} = 0, A_{30} \neq 0$$

シングレットトリオを作っている状態
(spin-2 BECの最も非自明な基底状態)



シングレットトリオ振幅

$$A_{30} = 9(\Psi_1^2 \Psi_{-2} + \Psi_{-1}^2 \Psi_2)$$

$$+ \sqrt{6} \Psi_0 (\Psi_0^2 - 3\Psi_1 \Psi_{-1} - 6\Psi_2 \Psi_{-2}) \neq 0$$

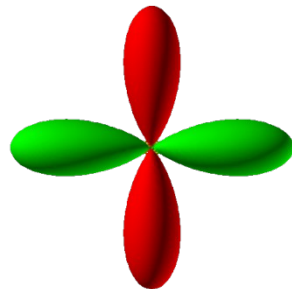
Spin-2 BECのハミルトニアンと基底状態

$$H = \int dx \left[-\Psi_m^* \frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 \Psi_m + \frac{c_0}{2} n_{\text{tot}}^2 + \frac{c_1}{2} \mathbf{F}^2 + \frac{c_2}{2} |A_{20}|^2 \right]$$

Biaxial Nematic:

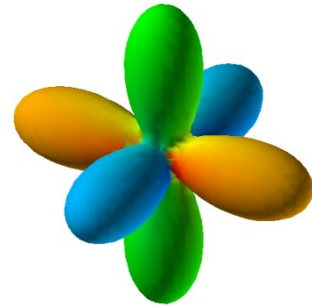
$$\Psi_B = (1, 0, 0, 0, 1)^T / \sqrt{2}$$

(Uniaxial Nematic相は⁸⁷Rb BECでは不安定)



Cyclic:

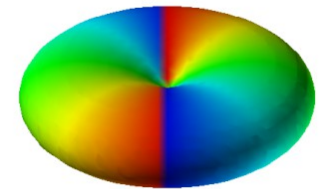
$$\Psi_C = (1, 0, 0, \sqrt{2}, 1)^T / \sqrt{3}$$



⁸⁷Rb

Ferromagnetic:

$$\Psi_F = (1, 0, 0, 0, 0)^T$$

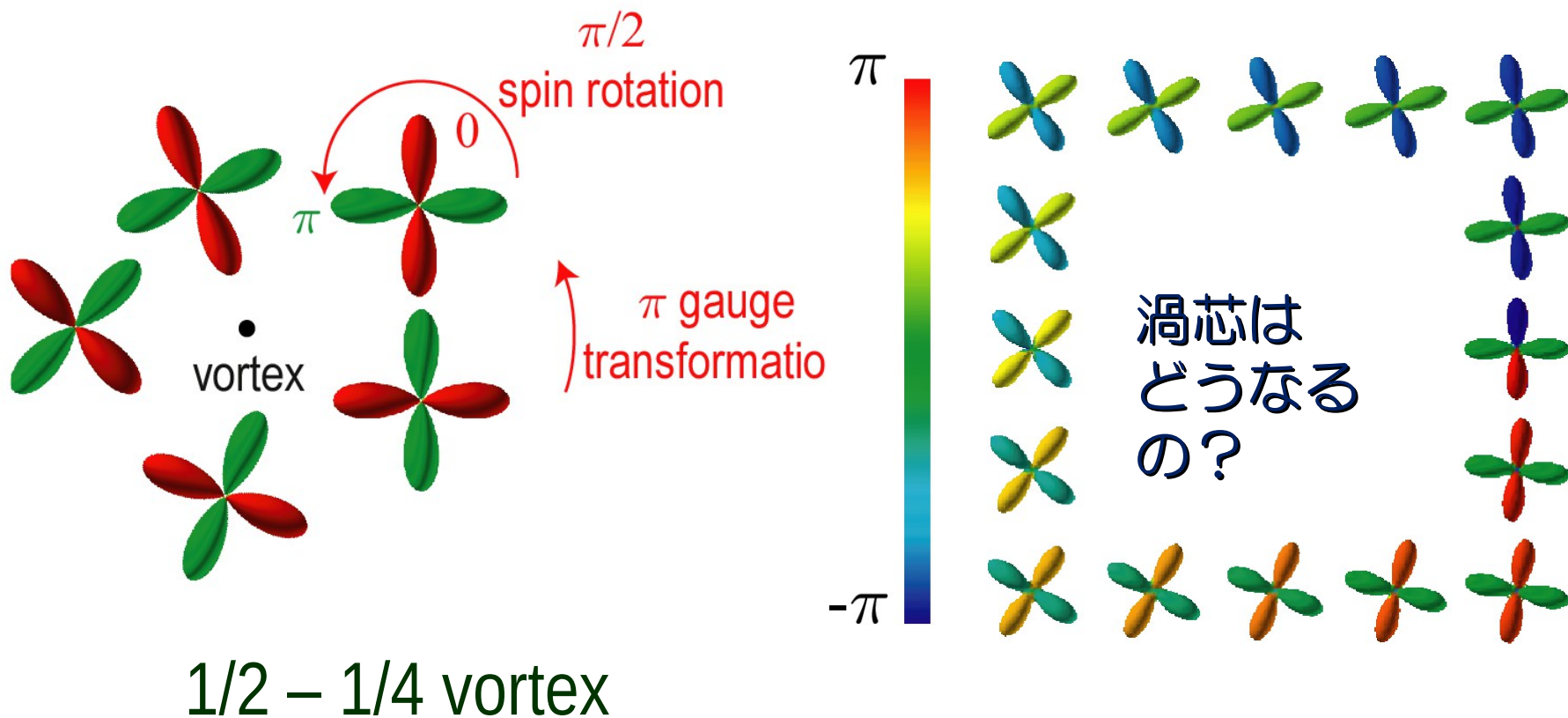


$$c_1 = 20c_2$$

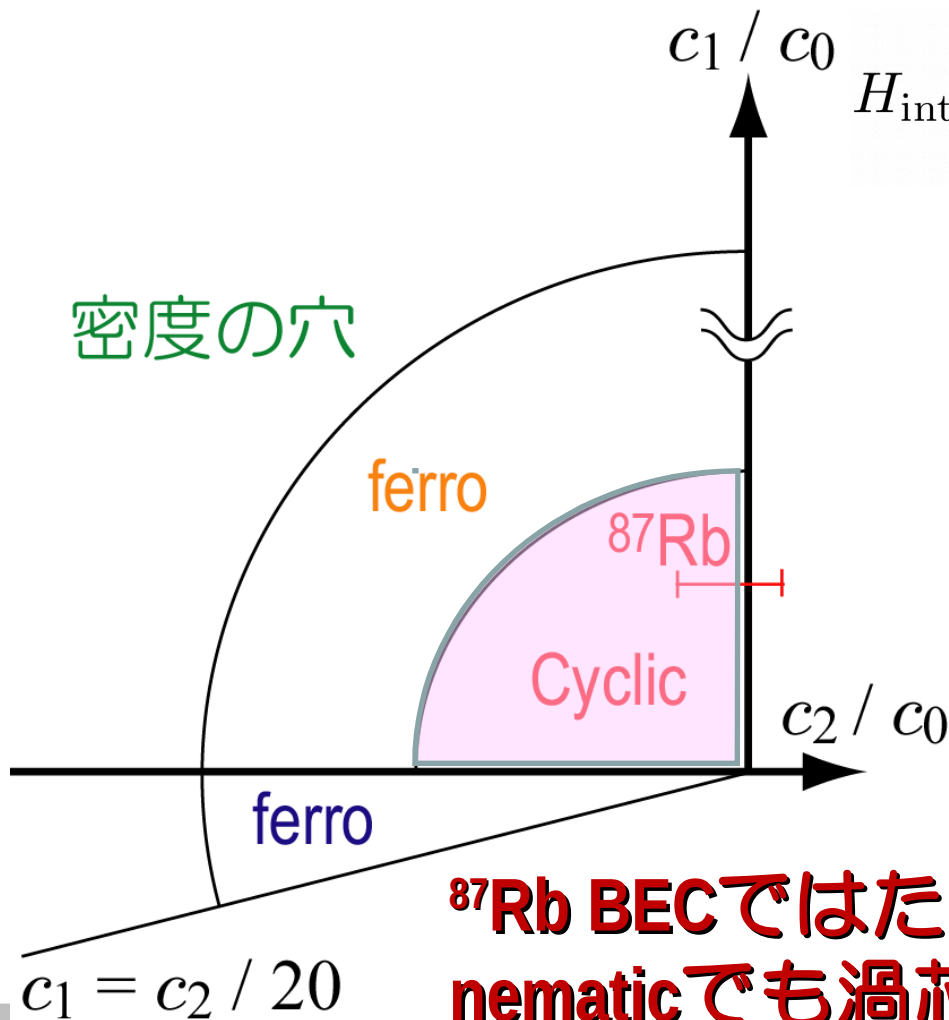
c_2

c_1

Biaxial Nematic相における分数量子渦



渦芯はどんな状態か？



$$H_{\text{int}} = \int dx \left[\frac{c_0}{2} n_{\text{tot}}^2 + \frac{c_1}{2} F^2 + \frac{c_2}{2} |A_{20}|^2 \right]$$

$$|c_{1,2}| \gg c_0$$

: F や A_{20} は損 \rightarrow 密度の穴

$$|c_{1,2}| \ll c_0 \text{ かつ } c_1 < 0$$

: $F \neq 0$ が有利 \rightarrow ferro コア

$$|c_{1,2}| \ll c_0 \text{ かつ } c_1 > 0$$

: $A_{30} \neq 0$ が有利 \rightarrow cyclic コア

^{87}Rb BECではたとえ基底状態がBiaxial nematicでも渦芯としてCyclicが実現される

Tiling Problem

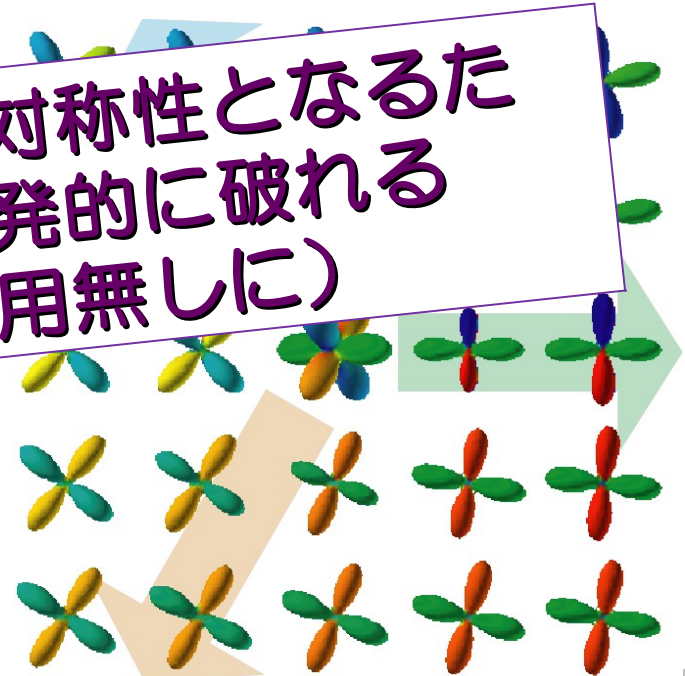
1/2 – 1/4 vortex



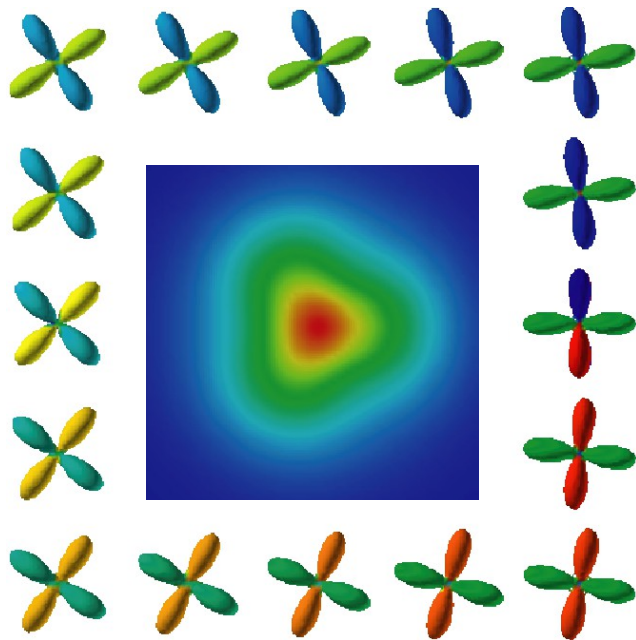
1/2 – 1/4 vortex

トライアドの3回回転対称性と
四つ葉の4回回転対称性が重なる
ように入る

渦の内外で異なる離散対称性となるた
め渦の回転対称性が自発的に破れる
(スピン-軌道相互作用無しに)



自発的回転対称性の破れ



Cyclicコア：シングレットトリオ
振幅が有限
→ 3回回転対称性が現れている

回転トラップを用いた実験での観測可能性

Gross-Pitaevskii方程式を用いた数値シミュレーション

$$\Psi_B = (1, 0, 0, 0, 1)^T / \sqrt{2}$$



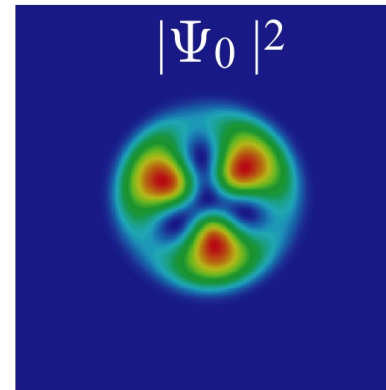
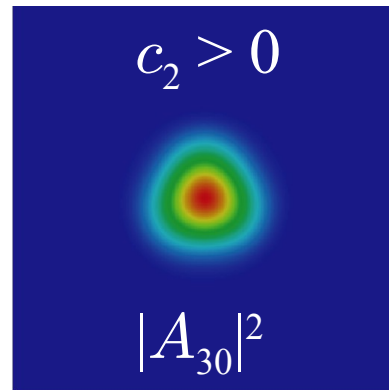
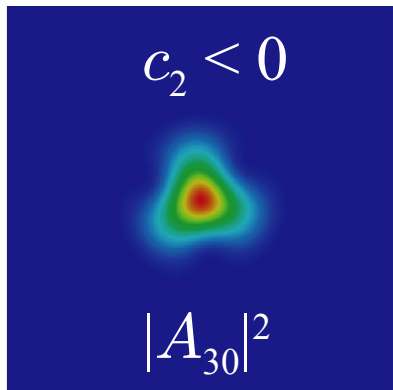
パラメータ (学習院)

トラップ (長軸) : 21 Hz

トラップ (動径) : 141 Hz

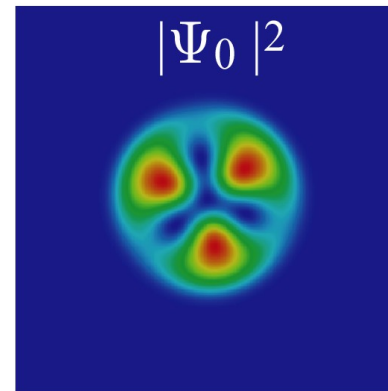
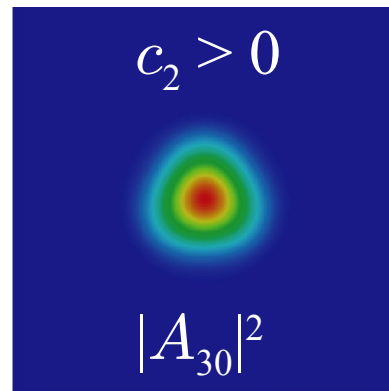
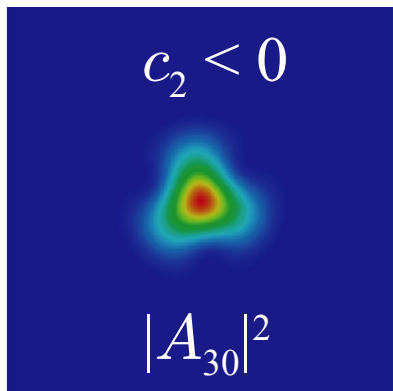
原子数 : 250000

回転振動数 : 25 Hz



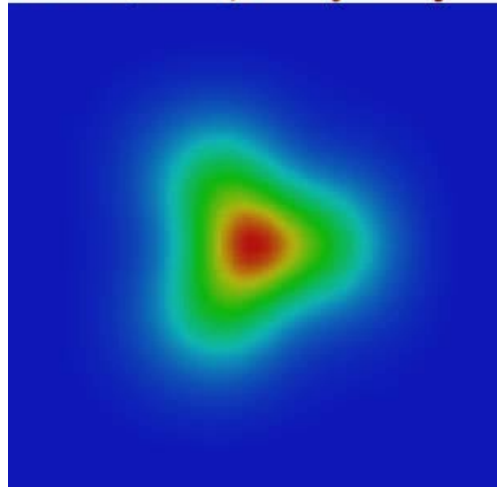
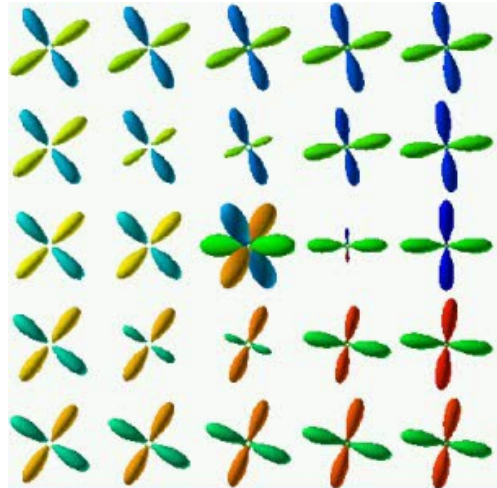
回転トラップを用いた実験での観測可能性

- (実験でまだ分かっていない) c_2 の符号によらず渦の三回対称性が観測できる (スピン緩和よりも渦の侵入が早い)
- 三回回転対称は各スピン成分の密度にも表れるため、Stern-Gerlachの実験によって観測可能である



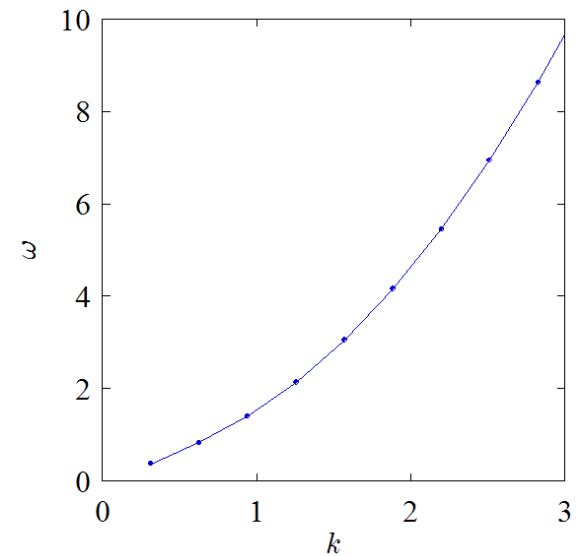
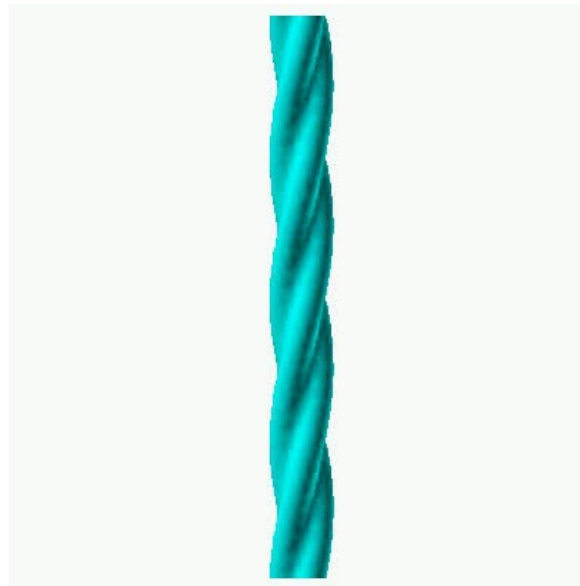
局在ゴールドストーンモード

三角形の向きに対して、系は縮退しており、渦に局在したゴールドストーンモードが存在する（局所スピナーゲージ変換）。



対応する渦糸への励起が可能

twisting waveと分散関係（数値シミュレーション）



まとめ

- Spin-2 BECの渦では、渦芯に「何のオーダーパラメーターがどのような向きで入るべきか？」というVortex tiling problemが存在する。
- 渦の外側と内側で異なる離散対称性を持つ場合、渦芯が自発的に回転対称性を破る。その結果、スピン空間の対称性が実空間に表れる。
- Vortex tilingは回転するトラップを用いることで観測可能である。特にCyclic相のオーダーパラメーターが、対称性を含めてVortex coreとして観測可能となる。
- 今回用いた渦は非可換量子渦であり、ついでにそれも調べられる