

量子乱流の数値解析研究

東大総合文化 小林未知数

2010年3月22日 日本物理学会第65回年次大会

受賞対象論文

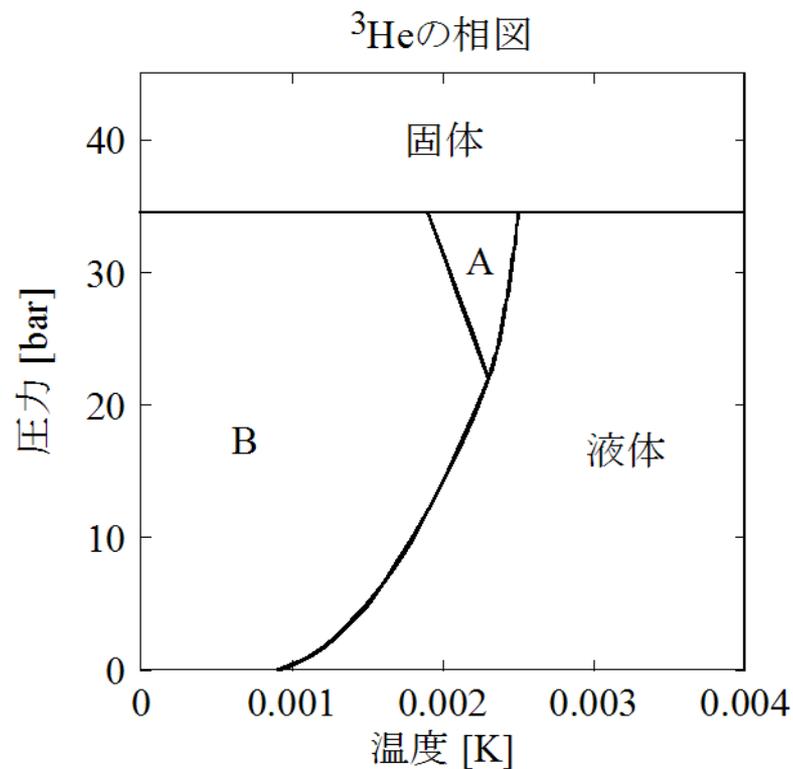
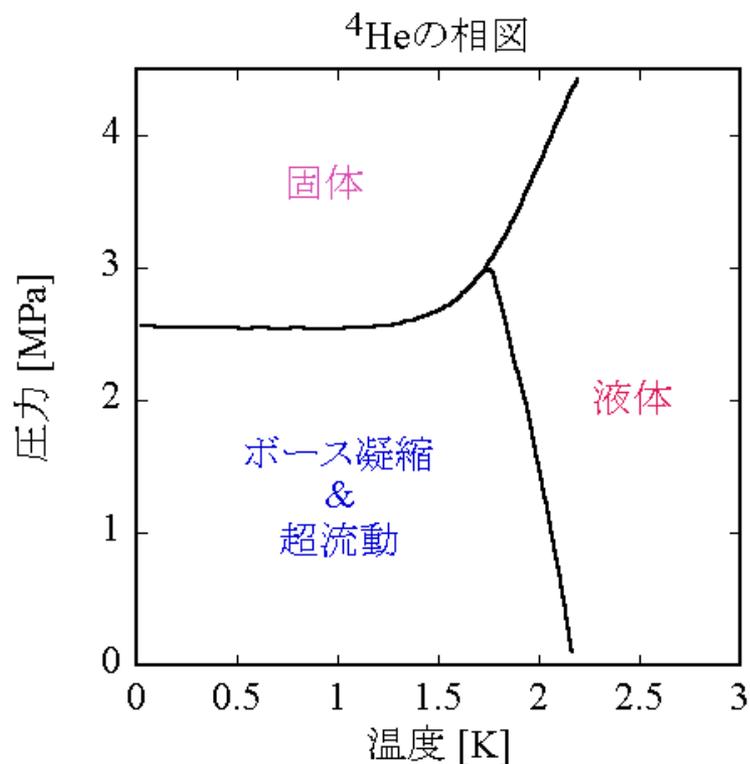
- MK and M. Tsubota, *Kolmogorov Spectrum of Superfluid Turbulence: Numerical Analysis of the Gross-Pitaevskii Equation with a Small-Scale Dissipation*, Phys. Rev. Lett. **94**, 065302 (2005). (減衰乱流)
- MK and M. Tsubota, *Kolmogorov Spectrum of Quantum Turbulence*, J. Phys. Soc. Jpn. **74**, 3248 (2005). (定常乱流)
- MK and M. Tsubota, *Thermal Dissipation in Quantum Turbulence*, Phys. Rev. Lett. **97**, 145301 (2006). (量子乱流の減衰メカニズム)

発表内容

1. 量子乱流研究を始めるにあたって：
その意義と研究背景
2. 量子乱流の数値シミュレーション
3. 関連する話題
4. これからの研究

量子乱流研究を始めるにあたって

量子乱流の舞台となるのは量子流体、つまり超流動ヘリウムである。



何故量子乱流を考えるのか？

量子乱流研究の意義は1990年代後半を境として全く異なるものになりつつある。

1990年代以前：量子乱流は低温物理学の分野内で閉じた研究テーマであった。

1990年代から2000年代：量子乱流研究は明らかに古典流体力学との対比を見据えた内容になっている

量子乱流研究は1990年代から2000年代を過渡期として新しい時代を迎えている！

量子乱流の発見

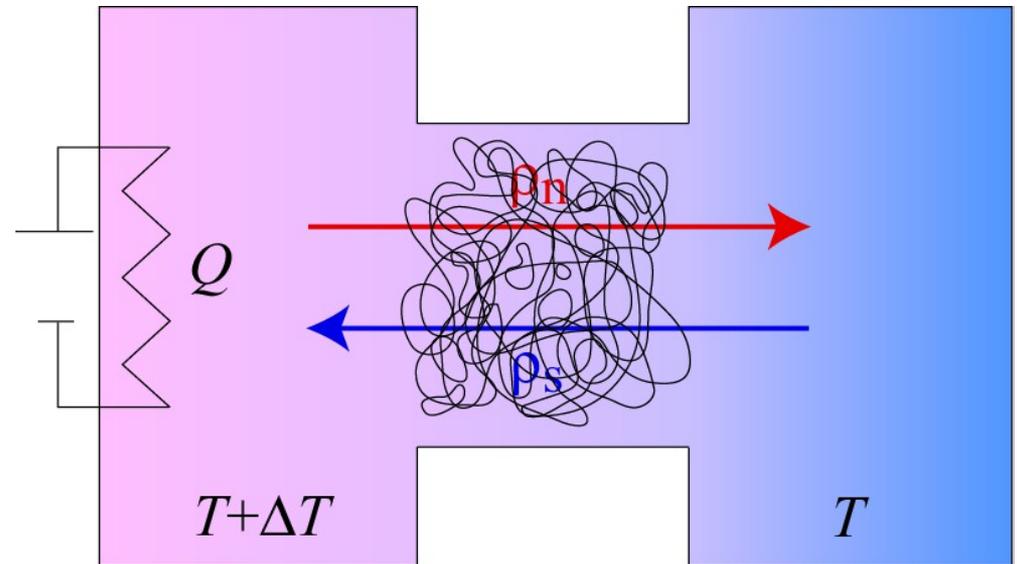
熱対向流中にできる量子乱流

$$\rho = \rho_n + \rho_s$$

ρ : 流体密度

ρ_n : 常流体密度 (粘性あり)

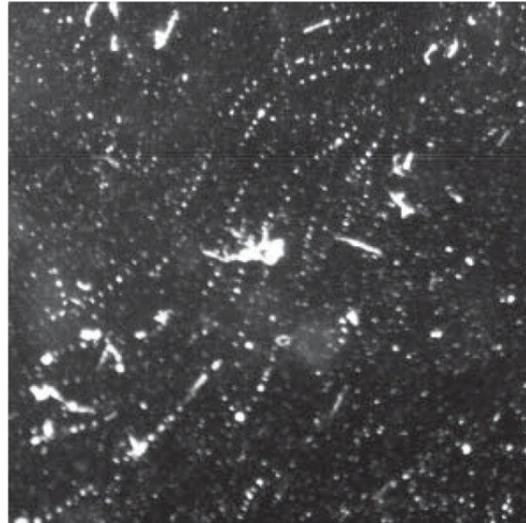
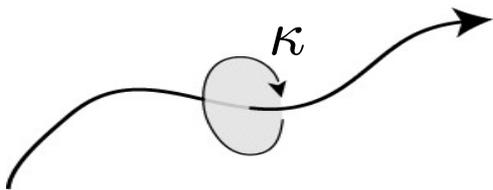
ρ_s : 超流体密度 (粘性なし)



速度差がある臨界値を超えたときに量子渦が生成し、乱流状態となる。

量子渦の特徴

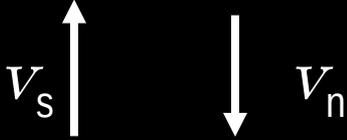
- すべての量子渦は同じ循環 $\kappa = \oint \mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{s} = h / m$ を持つ。
- 渦の粘性拡散がなく、安定に存在する。
- 渦芯のサイズは数Å（液体⁴He）：非常に微視的な渦。



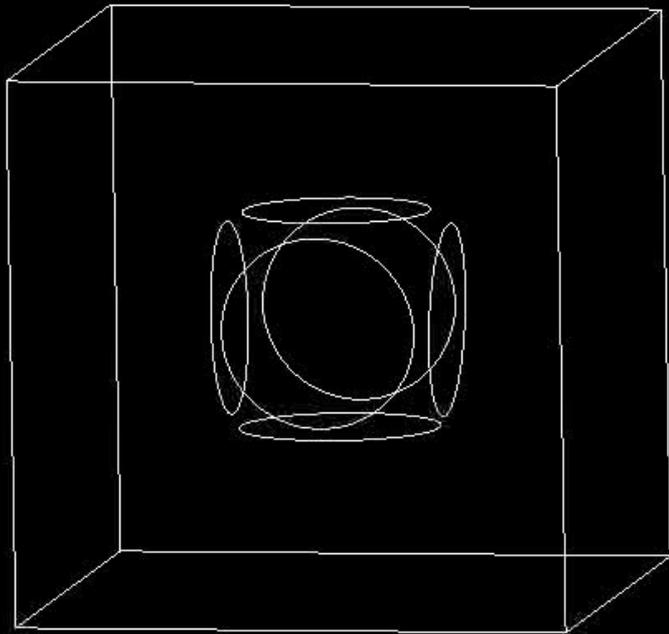
G. P. Bewley et al.
Nature **441**, 588 (2006)

1990年代までの量子乱流は熱対向流中に作られたものであった

熱対向流中の渦糸タングル



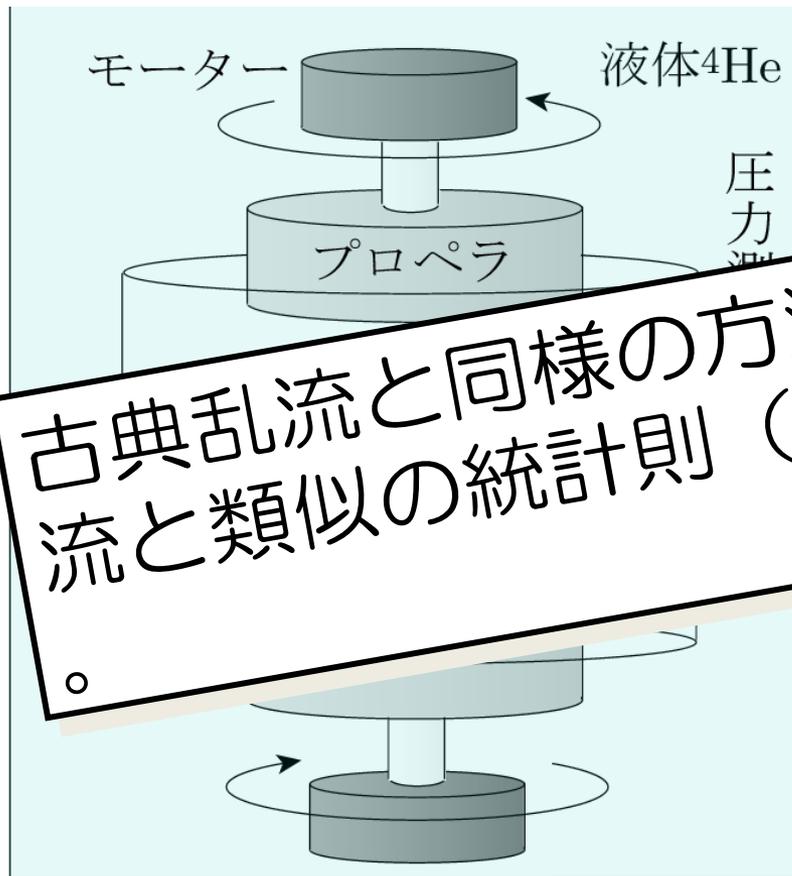
←渦糸近似を用いた
シミュレーション



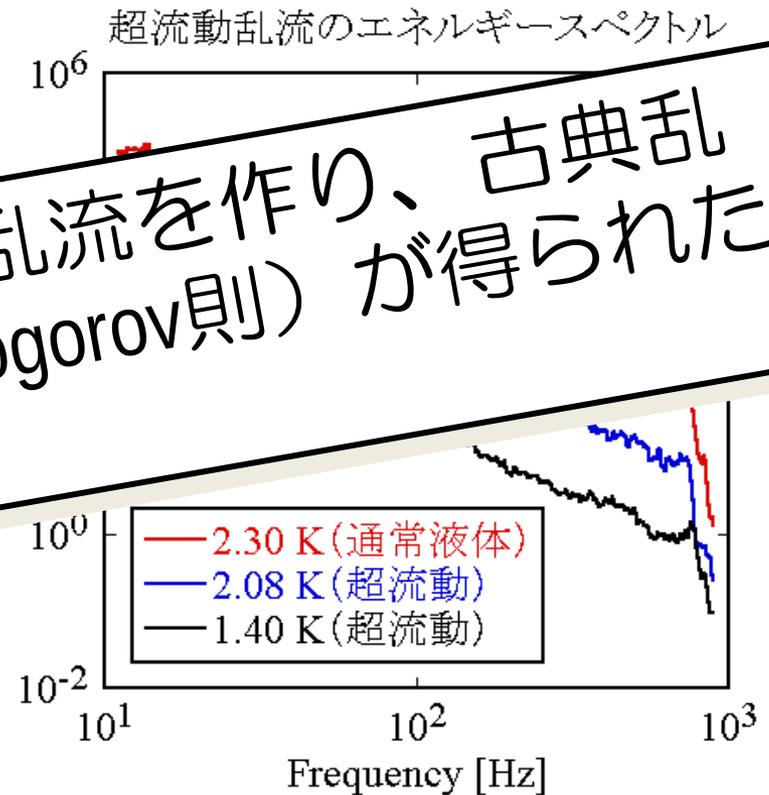
熱対向流は超流動固有の現象であり、よって熱対向流によって作り出された超流動乱流は古典乱流との対応を持っていない

量子乱流研究の新しい幕開け

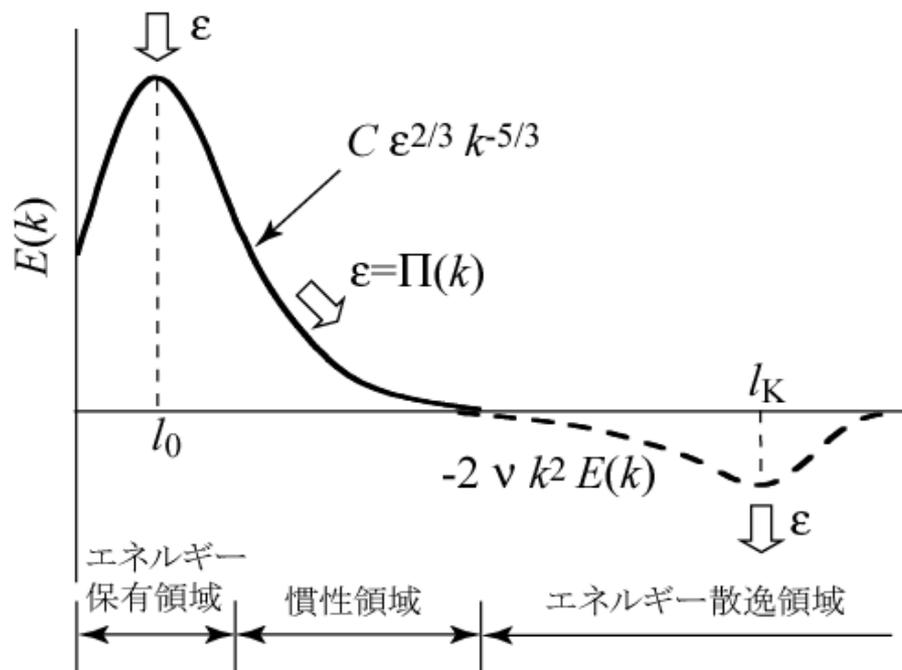
J. Maurer and P. Tabeling, Europhys. Lett. **43** (1), 29 (1998)



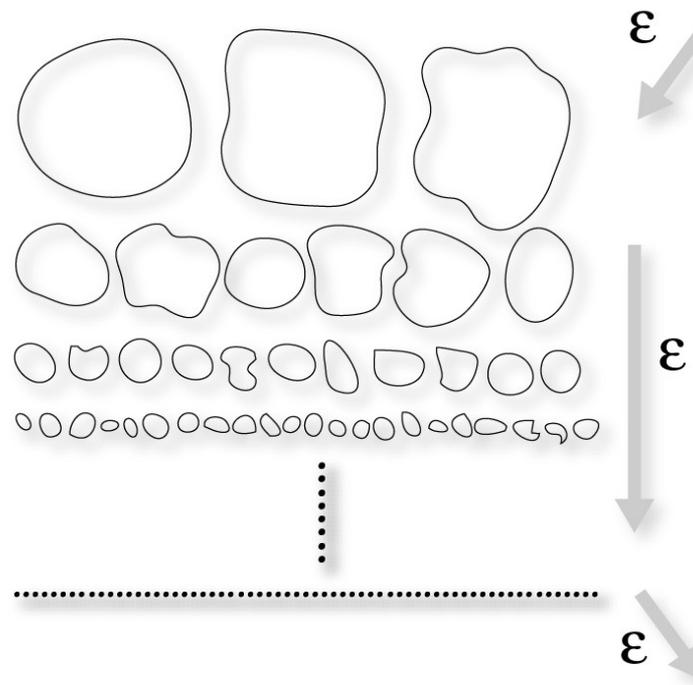
古典乱流と同様の方法で乱流を作り、古典乱流と類似の統計則 (Kolmogorov則) が得られた



古典乱流の統計則：Kolmogorov則



Richardsonカスケード

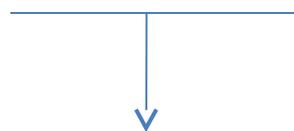


慣性領域では粘性が効かず、系の詳細に依存しないスケール普遍性を持ち、エネルギースペクトルが

Kolmogorov則で $\overline{E(k)} = C \epsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (C \sim 1)$

古典乱流・量子乱流の類似性とは

古典乱流のように振る舞う
常流体（粘性あり）

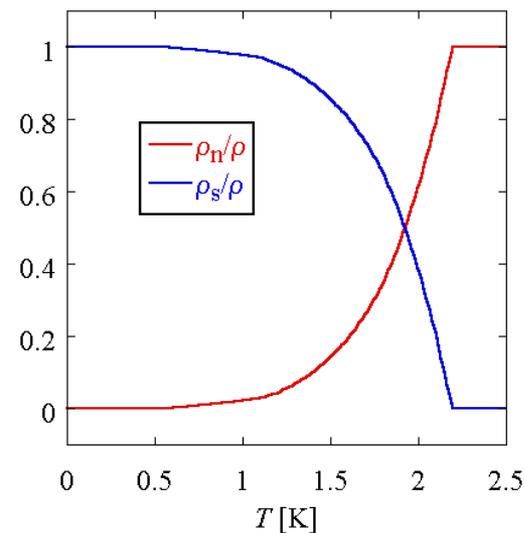


超流体（粘性なし）

両者が相互摩擦力 (mutual friction) を通して結合し、古典乱流のように振る舞うという描像で理解されてきた。

常流体のない絶対零度近傍の量子乱流でも古典流体との類似性はあるのか？

超流動の温度依存性



先行研究

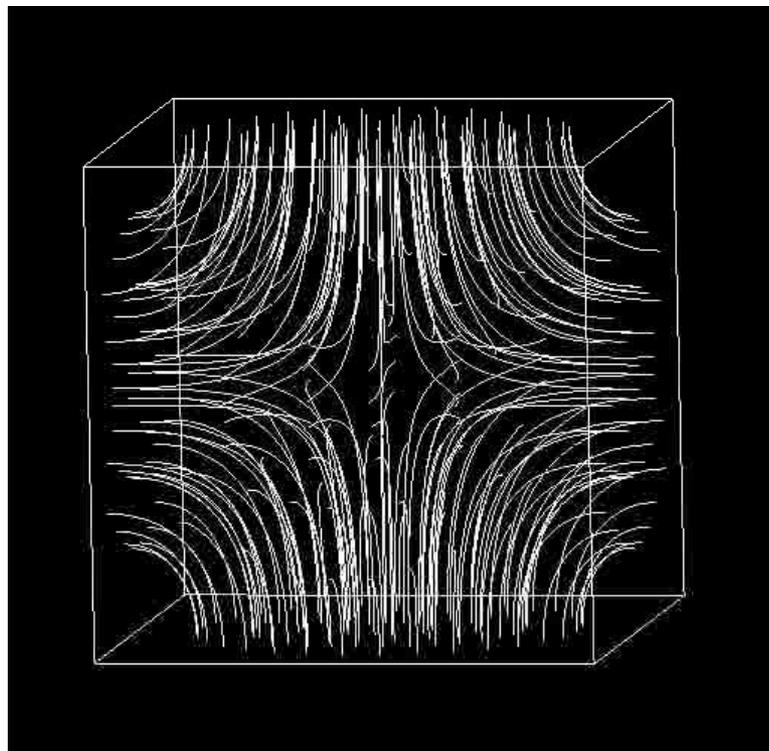
T. Araki, M. Tsubota and S. K. Nemirovskii, Phys. Rev. Lett. **89**, 145301 (2002)

渦糸近似によって量子乱流のダイナミクスを計算し、エネルギースペクトルを求める。

$$\frac{\partial \mathbf{x}_0(t)}{\partial t} = \mathbf{v}_s(\mathbf{x}_0)$$

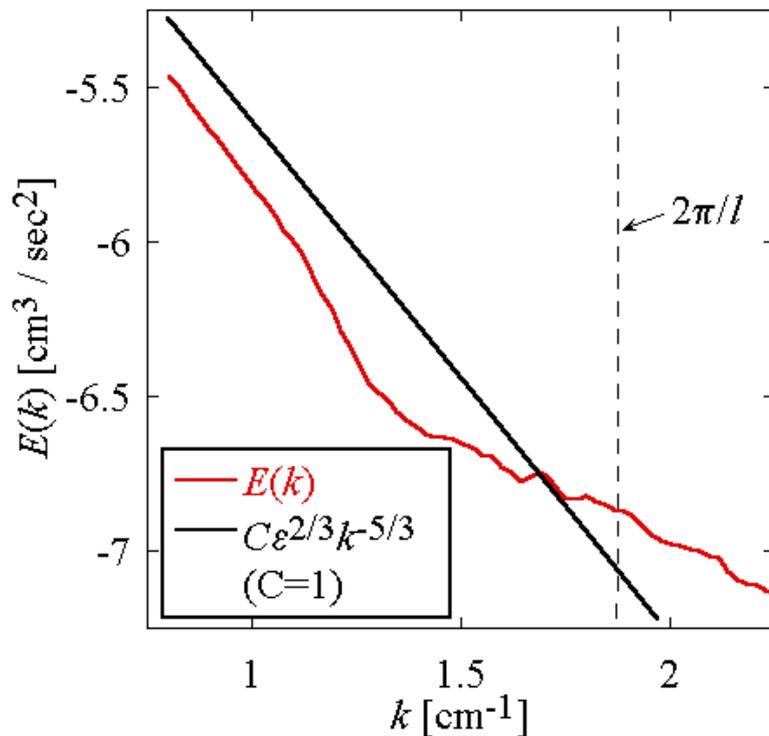
$$\mathbf{v}_s(\mathbf{x}) = \mathbf{v}_{\text{ind}}(\mathbf{x}) + \mathbf{v}_{\text{sa}}(\mathbf{x})$$

$$\mathbf{v}_{\text{ind}}(\mathbf{x}) = \frac{\kappa}{4\pi} \int \frac{[\mathbf{x}_0(t) - \mathbf{x}] \times d\mathbf{x}_0(t)}{|\mathbf{x}_0(t) - \mathbf{x}|^3}$$



先行研究

渦糸近似によるエネルギースペクトル



低波数側でエネルギースペクトルが
Kolmogorov則と一致した！ ($C \sim 0.7$)

量子乱流の数値シミュレーション

ン：研究目的

Gross-Pitaevskii方程式を用いて絶対零度近傍の量子乱流のダイナミクスとエネルギースペクトルを計算し、量子乱流と古典乱流の類似性を調べる。

Gross-Pitaevskii方程式

超流動のオーダーパラメーター Ψ の時間発展を直接計算する

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{x}) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\mathbf{x}) - \mu + \frac{\hbar^2}{2m\xi^2\rho_0} |\Psi(\mathbf{x})|^2 \right] \Psi(\mathbf{x})$$

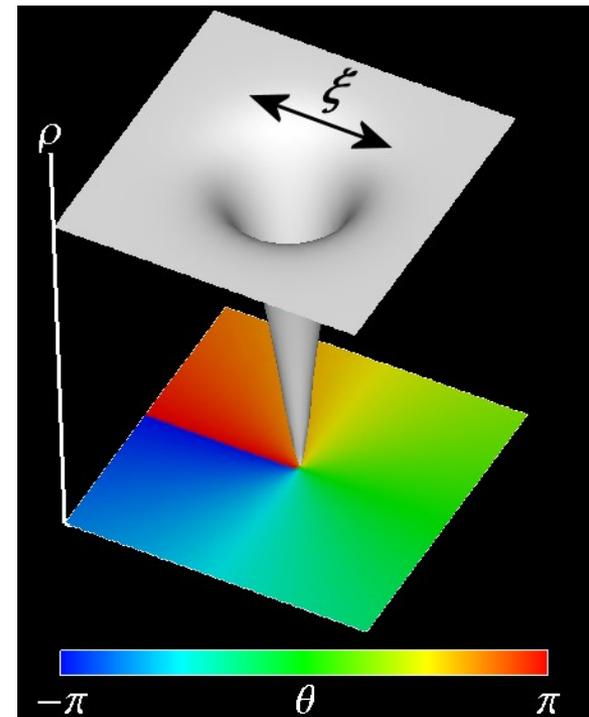
$$\Psi(\mathbf{x}) = |\Psi(\mathbf{x})| \exp[i\theta(\mathbf{x})]$$

$$\rho(\mathbf{x}) = |\Psi(\mathbf{x})|^2 : \text{超流動密度}$$

$$\mathbf{v}_s(\mathbf{x}) = 2\nabla\theta(\mathbf{x}) : \text{超流動速度}$$

$$\xi = 1/\sqrt{g\rho_0} : \text{渦芯の大きさ}$$

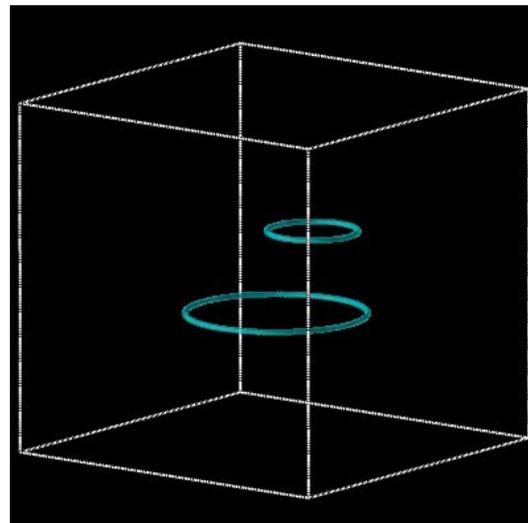
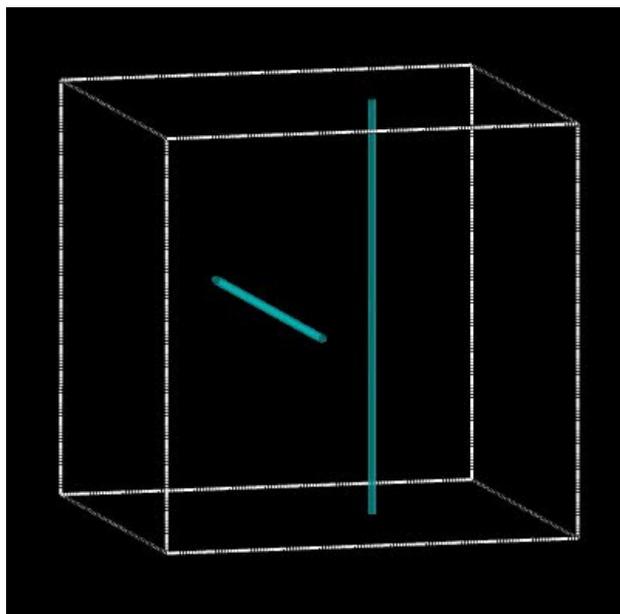
量子渦は位相欠陥として
自然に導入される



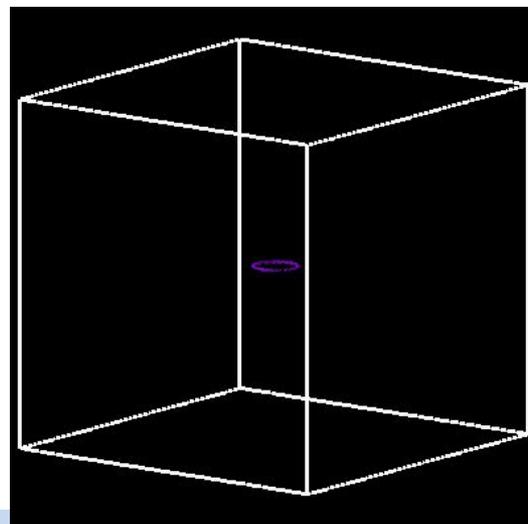
非線形シュレディンガー方程式

素過程まで含めて量子渦のダイナミクスを議論することができる

量子渦の再結合



渦輪の再結合



渦輪の消滅