

BECにおける渦、量子乱流

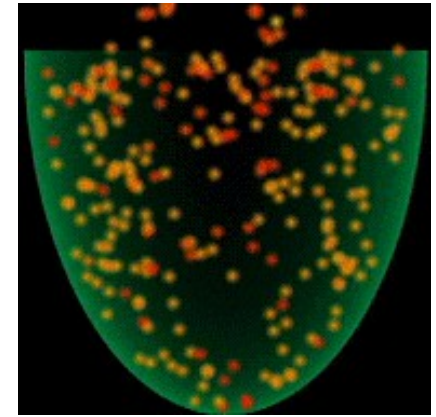
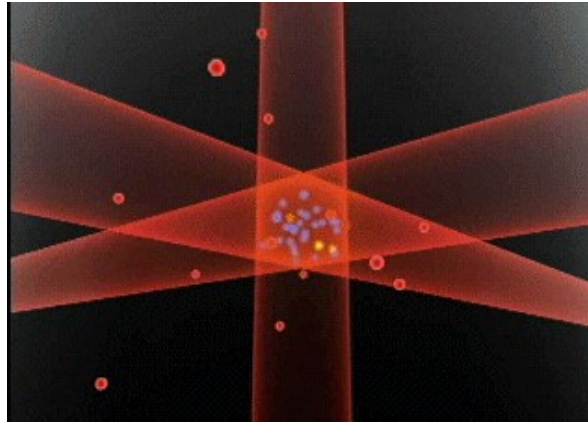
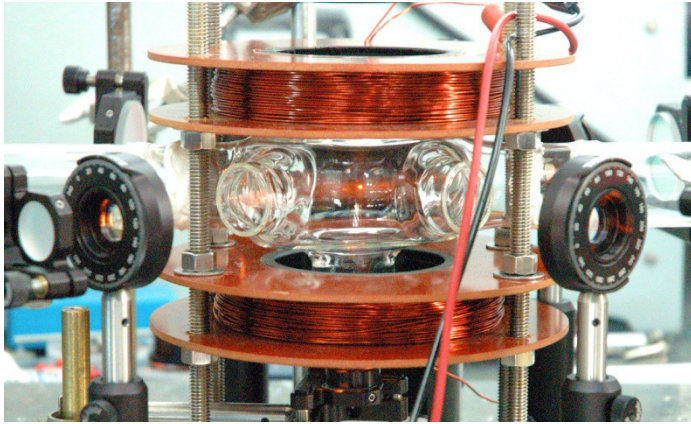
東大院総合文化 小林未知数

2012年3月27日 日本物理学会第67回年次大会シンポジウム
「多様な物質に現れる量子渦のダイナミクス」

冷却原子気体ボース凝縮

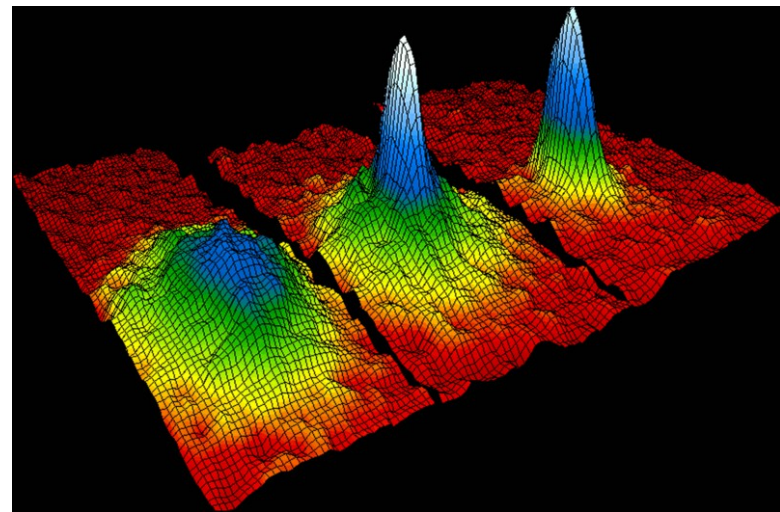
レーザー冷却

蒸発冷却



BECの原子種

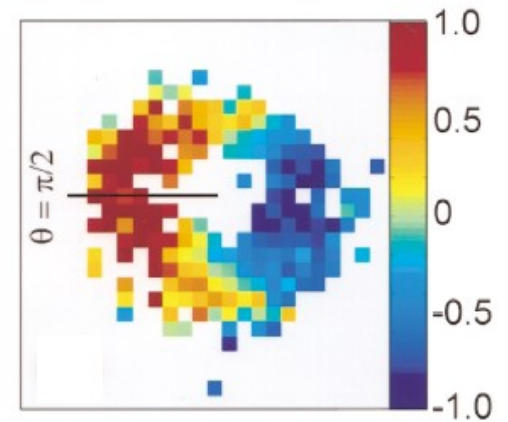
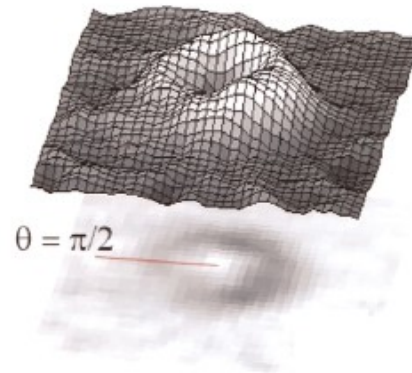
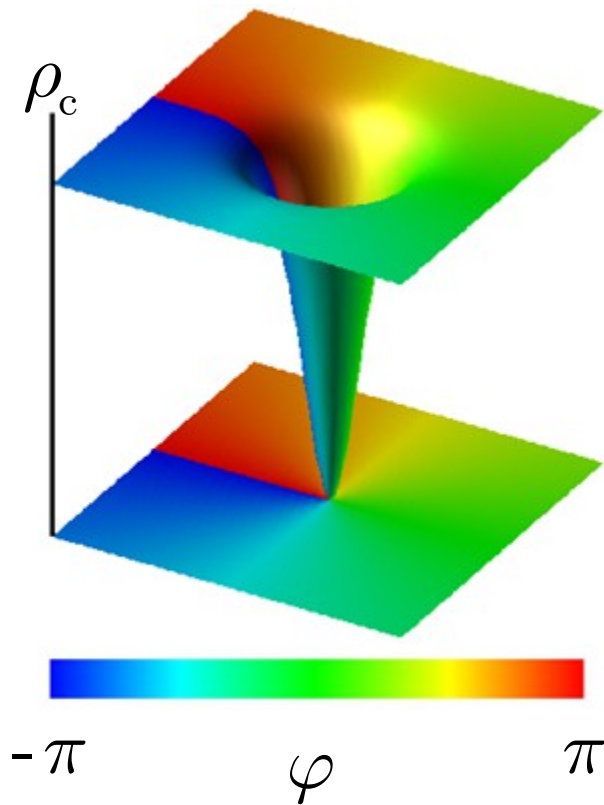
^{87}Rb , ^{23}Na , ^7Li , ^1H , ^{85}Rb , ^{41}K ,
 ^4He , ^{133}Cs , ^{174}Yb , ^{52}Cr , ^{40}Ca ,
 ^{84}Sr , ^{164}Dy , ^{168}Er



冷却原子BECの量子渦

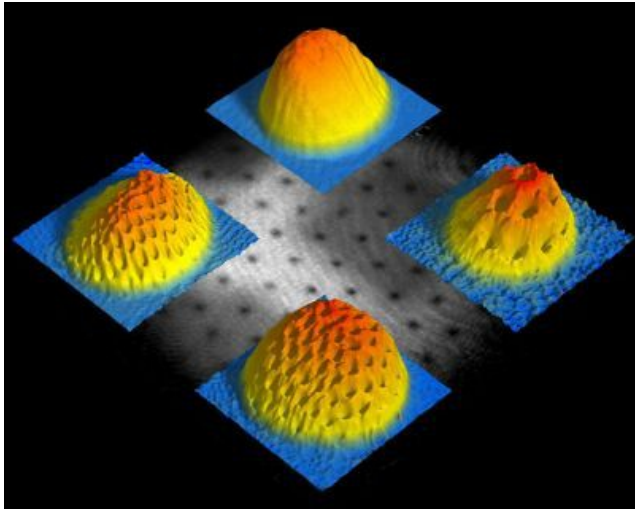
$$\psi = \sqrt{\rho_c} e^{i\varphi}$$

PRL **83**, 2498(1999)

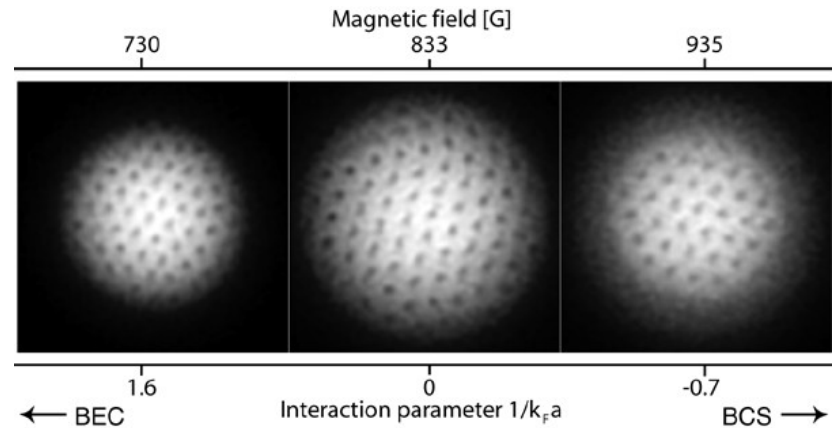


冷却原子BECの量子渦

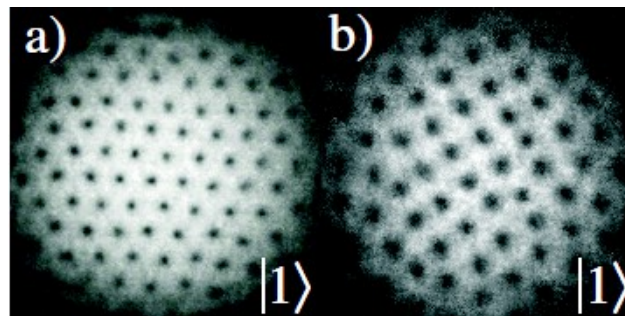
vortex lattice Science **292**, 476 (2001)



vortices in Fermi system Nature **435**, 1047 (2005)

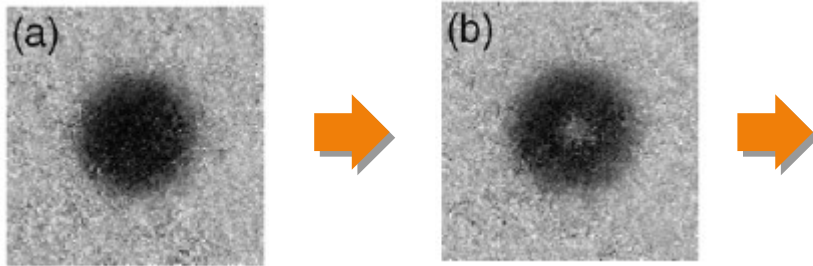


vortices in multi-component BEC PRL **93**, 210403 (2004)

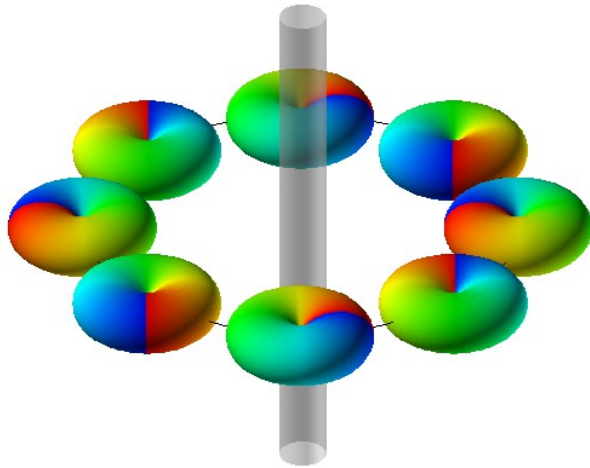
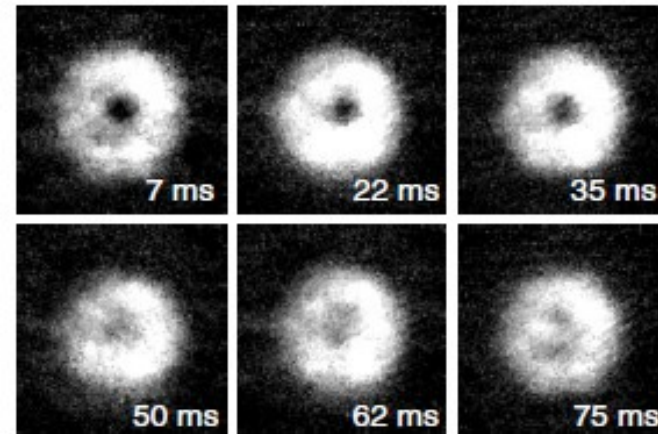


冷却原子BECの量子渦

topological phase imprinting
PRA **89**, 190403 (2002)

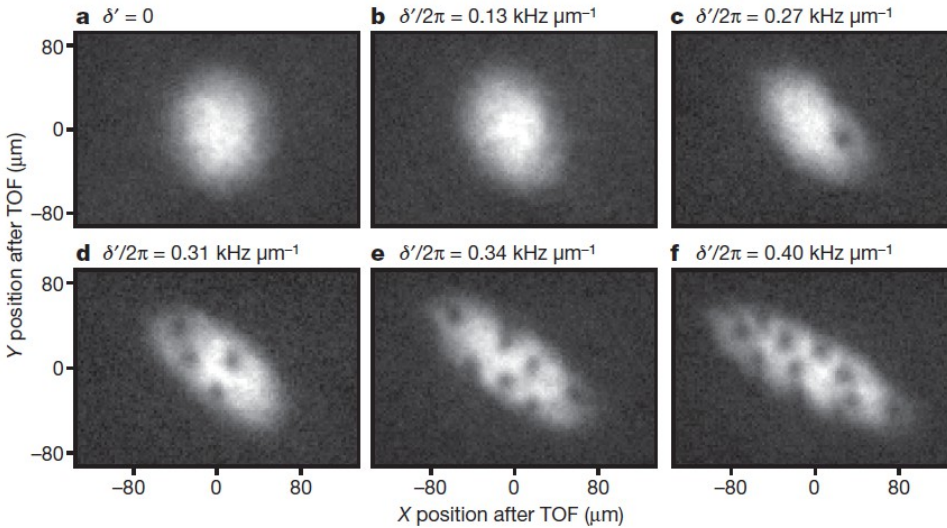


splitting of vortex PRL **93**, 160406 (2004)



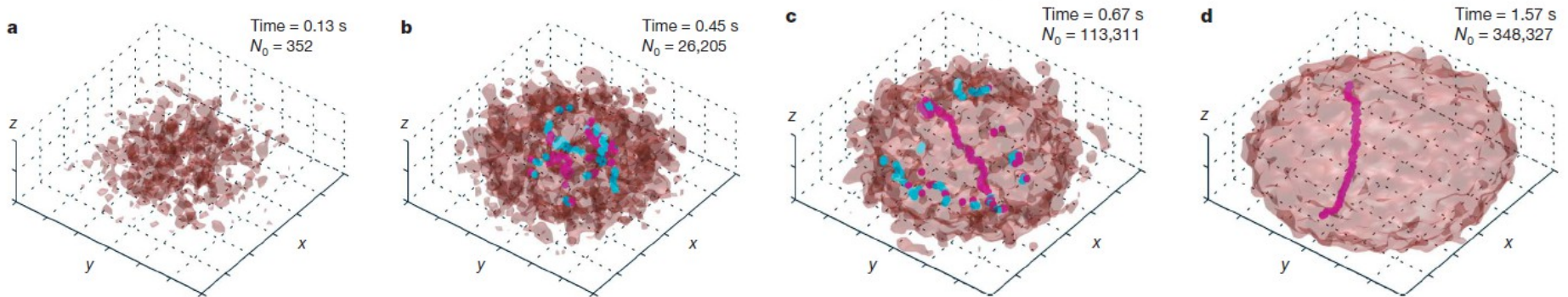
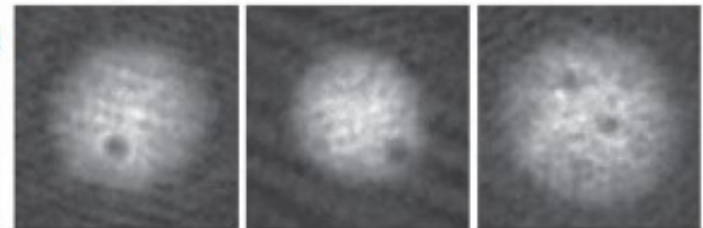
冷却原子BECの量子渦

synthetic gauge field Nature **462**, 628 (2009)



$$p \rightarrow p + A$$

rapid quench Nature **455**, 948 (2008)



冷却原子気体のダイナミクス

Gross-Pitaevskii方程式

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2M} - \mu + V + g|\psi|^2 \right] \psi$$

$$\psi = \sqrt{\rho_c} e^{i\varphi}$$

$$\rho_c = |\psi|^2 : \text{condensate density}$$

$$\mathbf{v}_s = \frac{\hbar}{M} \nabla \varphi : \text{superfluid velocity}$$

原子気体BEC \approx 古典完全流体?

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_c \mathbf{v}_s) = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + \frac{\nabla \mathbf{v}_s^2}{2} = \underbrace{-\frac{\nabla}{M \rho_c} \left(\frac{g \rho_c^2}{2} \right)}_{\text{古典圧力}} + \underbrace{\frac{\hbar^2 \nabla}{2M^2} \left(\frac{\nabla^2 \sqrt{\rho_c}}{\sqrt{\rho_c}} \right)}_{\text{量子圧力}} - \frac{1}{M} \nabla V$$

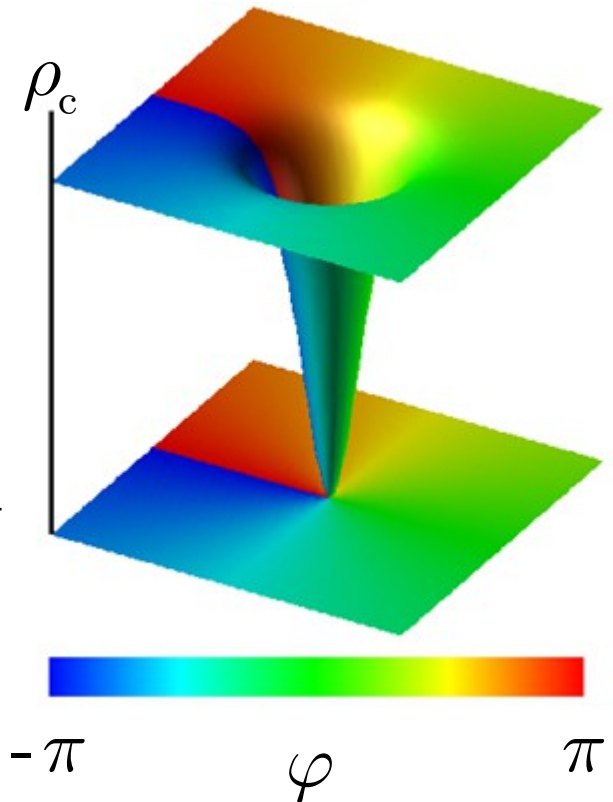
循環量子と量子渦

$$\psi = \sqrt{\rho_c} e^{i\varphi}$$

$$\rho_c = |\psi|^2 : \text{condensate density}$$

$$\mathbf{v}_s = \frac{\hbar}{M} \nabla \varphi : \text{superfluid velocity}$$

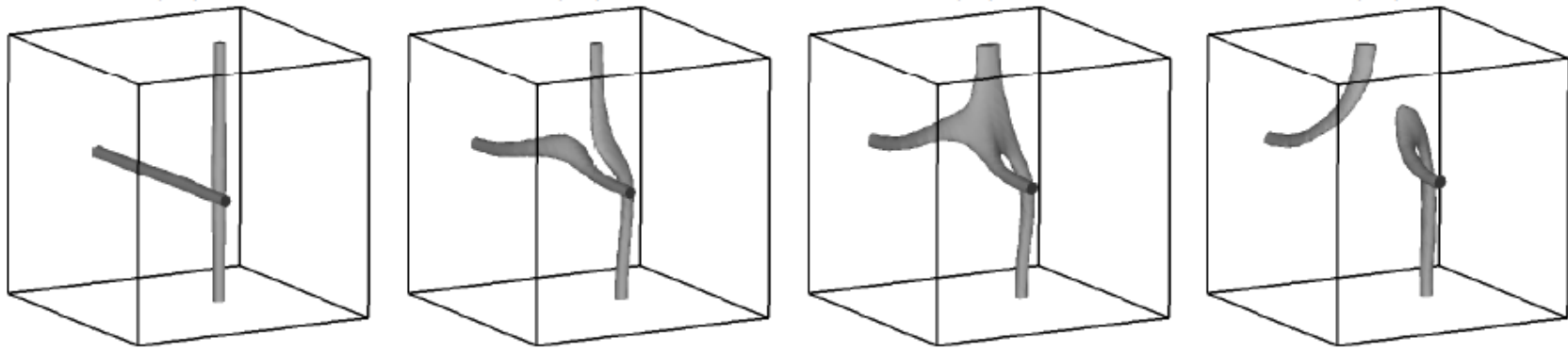
$$\text{circulation} : \kappa = \oint d\mathbf{x} \cdot \mathbf{v}_s = \frac{\hbar}{M}$$



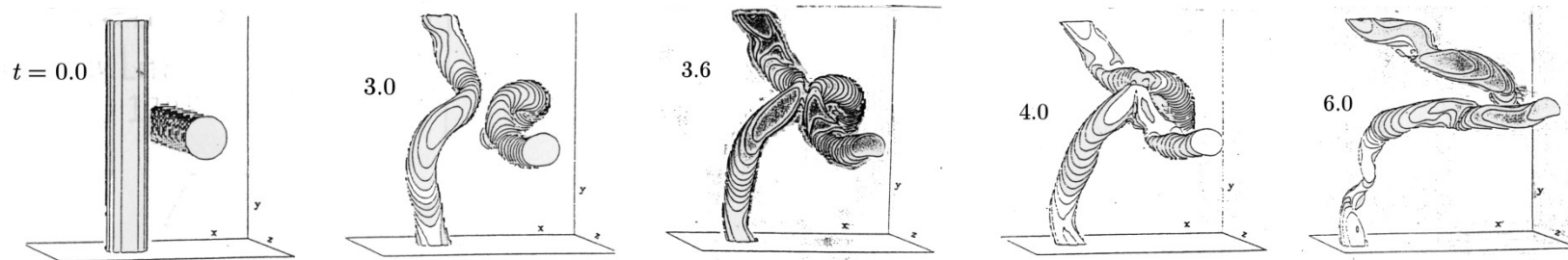
循環の量子化と量子渦の存在：原子気体BECと
古典完全流体の決定的な違い

量子渦のダイナミクス1

渦のつなぎ換え（局所対消滅） PRL 76, 4745 (1996)



Phys. Fluids. A 4, 581 (1992)



量子渦のダイナミクス1

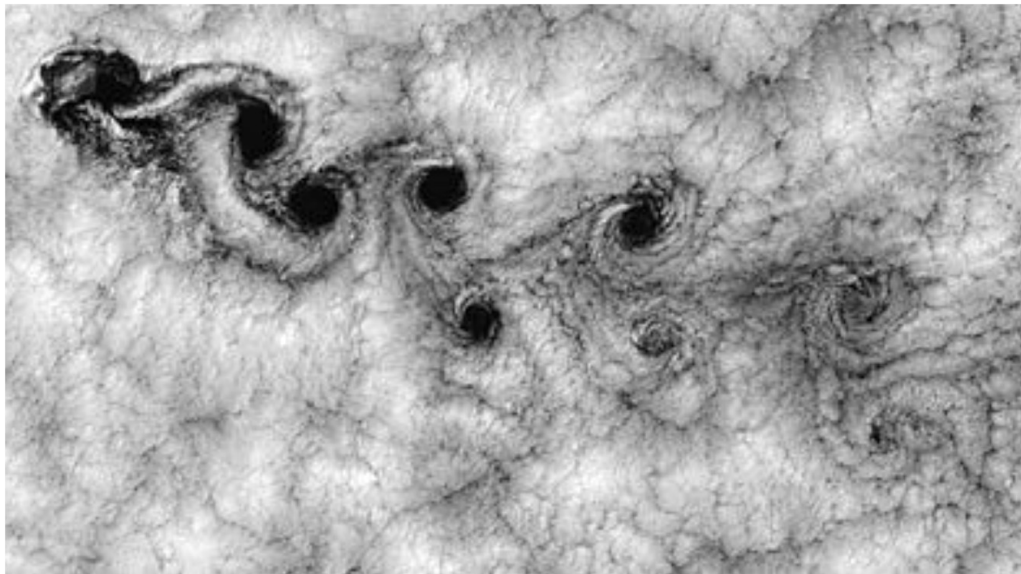
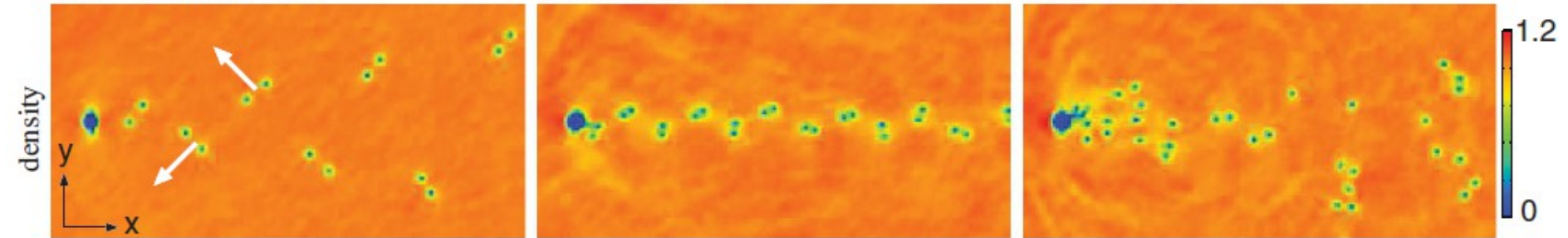
障害物による渦の生成とカルマン渦列

PRL **104**, 150404 (2010)

(a) $\tilde{v} = 2.4$, $d / \xi = 0.04$

(b) $\tilde{v} = 2.6$, $d / \xi = 0.05$

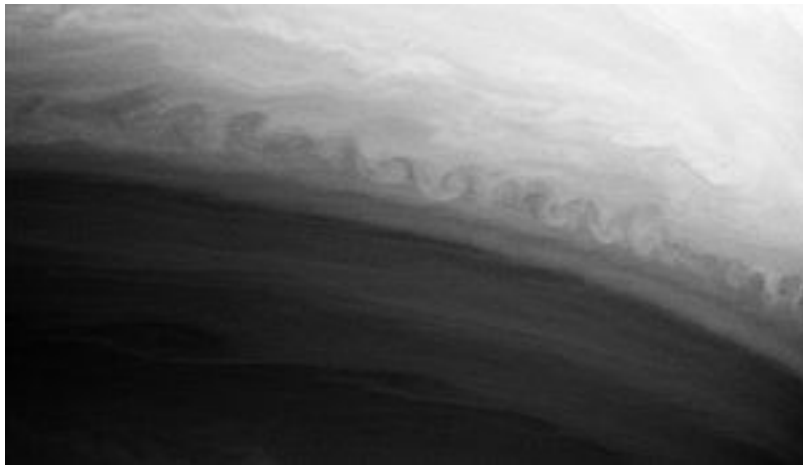
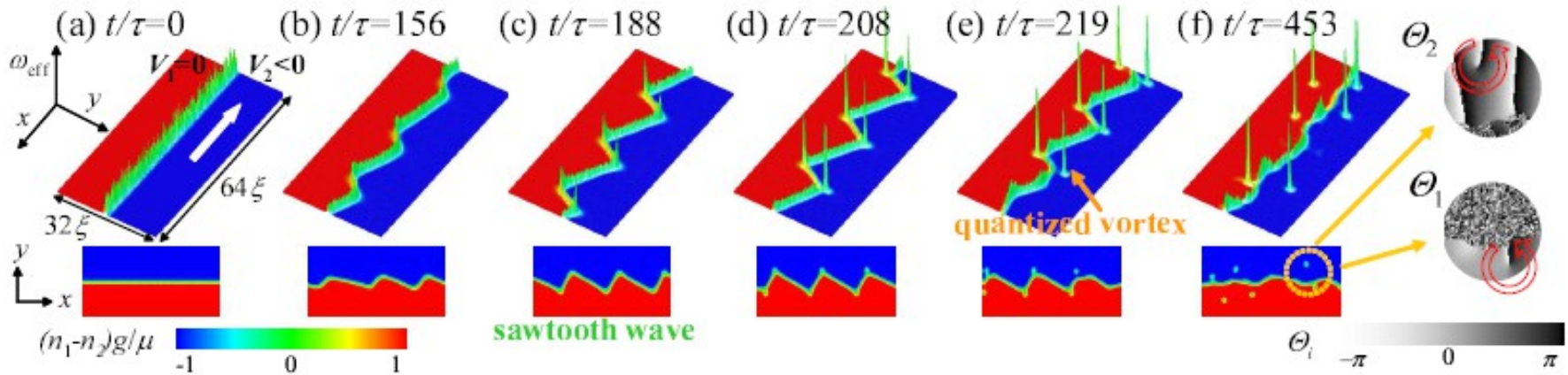
(c) $\tilde{v} = 3.0$, $d / \xi = 0.05$



Wikipedia (Karman vortex street)

量子渦のダイナミクス1

Kelvin-Hermholtz不安定性における渦 PRB **81**, 094517 (2010)

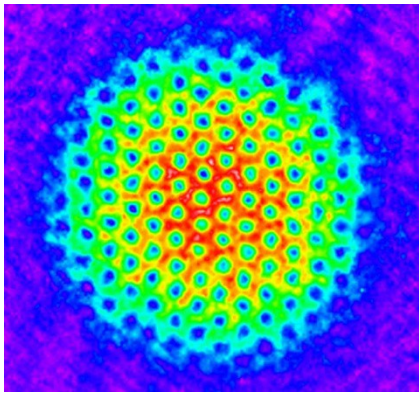


Wikipedia (Kelvin-Helmholtz instability)

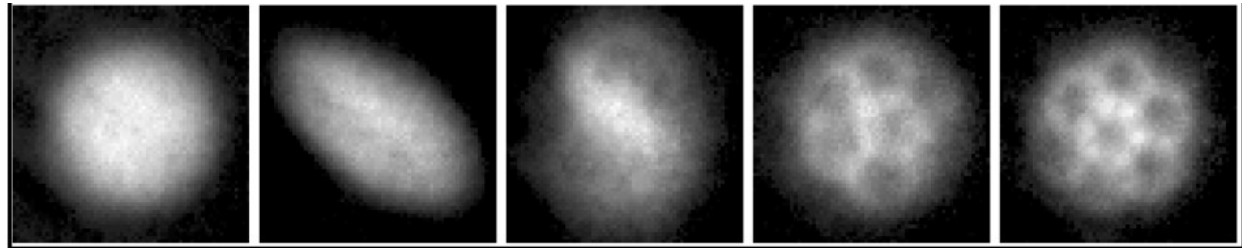
古典流体中の渦運動と、原子気体BECの量子渦が（ある程度）対応している

量子渦のダイナミクス2

量子渦格子と形成ダイナミクス

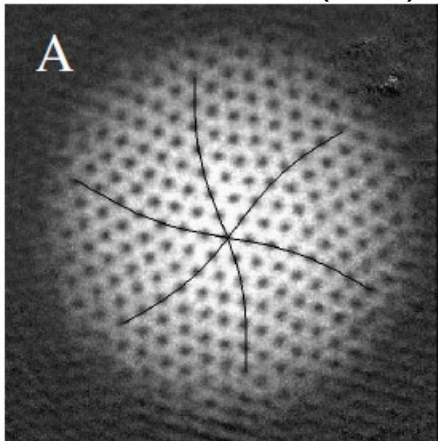


PRL **86**, 4443 (2001)



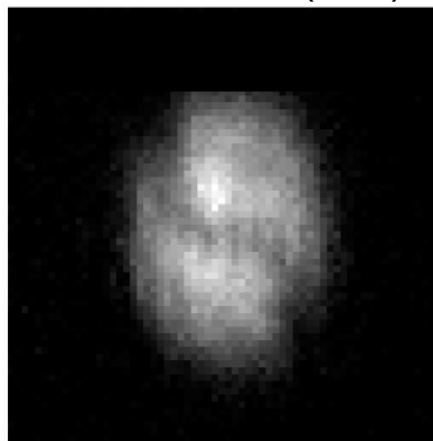
Tkachenko wave

PRB **91**, 100402 (2003)



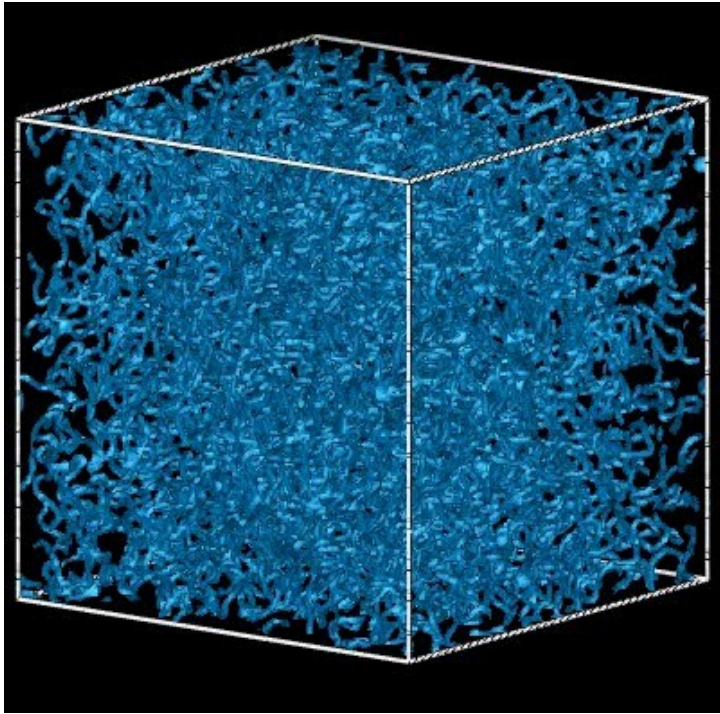
Kelvin wave

PRL **90**, 100403(2003)



渦が量子化されているということが本質（古典流体ではほとんど見られない）

量子乱流

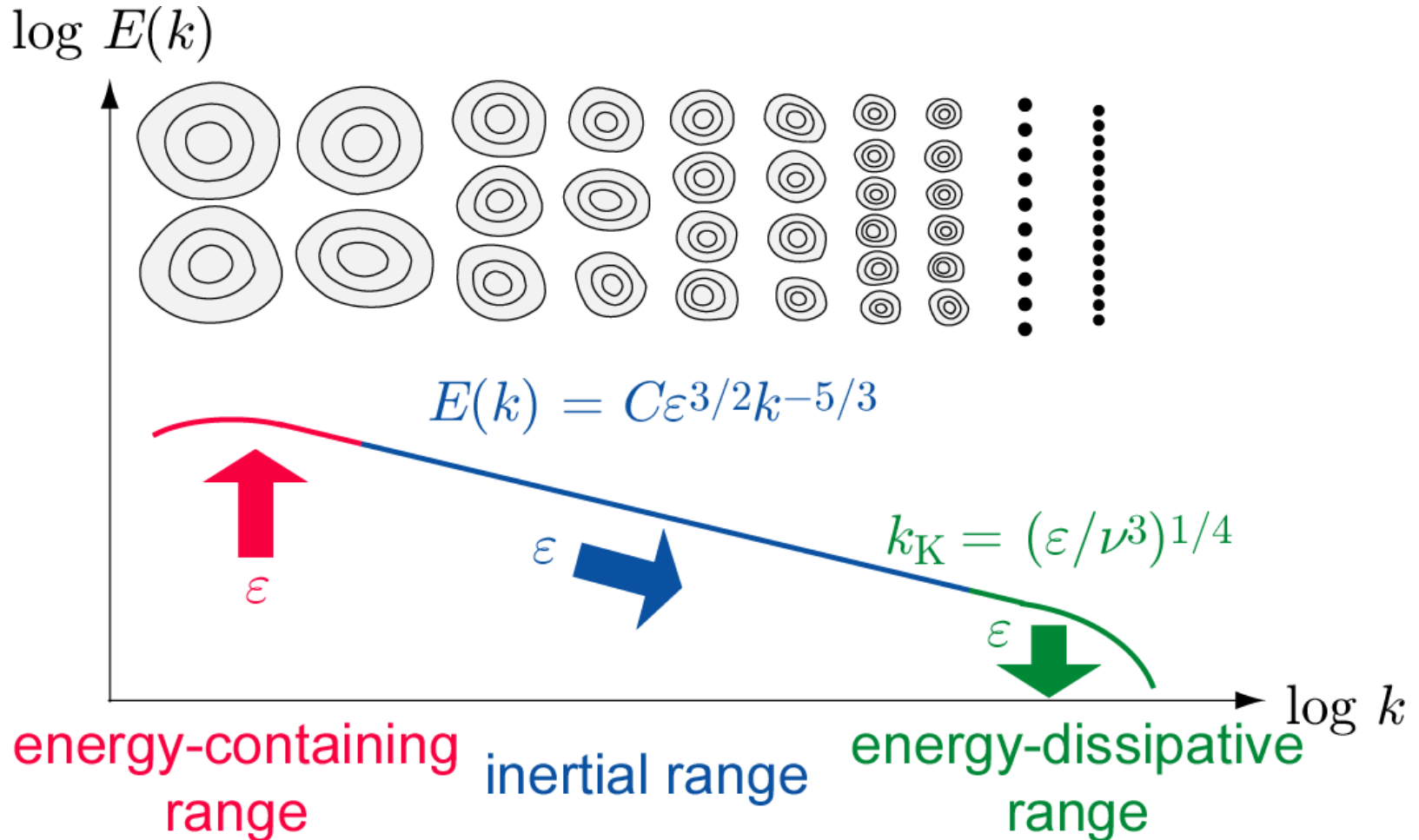


量子乱流—量子渦によって作られた乱流状態

量子乱流中の渦は古典乱流中の渦と対応する側面と、量子乱流特有の振る舞いを見せる点がある。

量子乱流—overall picture

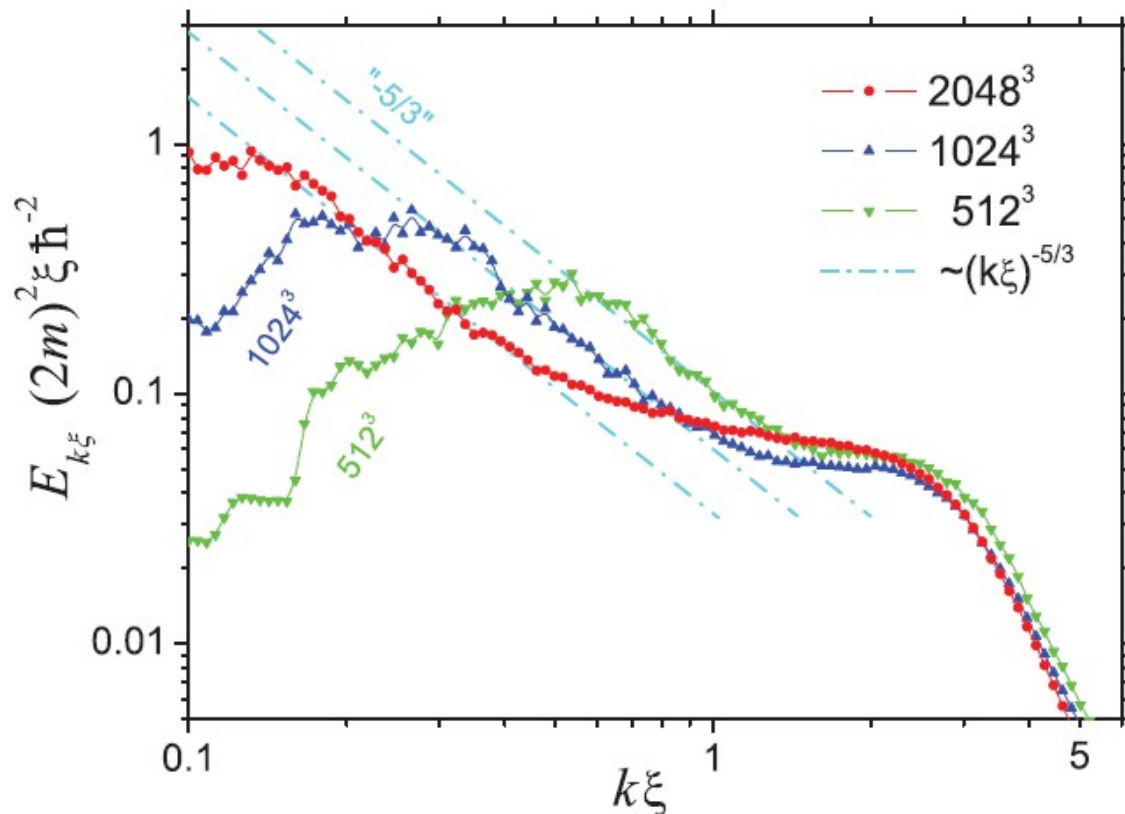
古典乱流における渦とエネルギーのカスケード



量子乱流—overall picture

量子乱流の大規模シミュレーションによるエネルギースペクトル

PRB **84**, 054525 (2011)

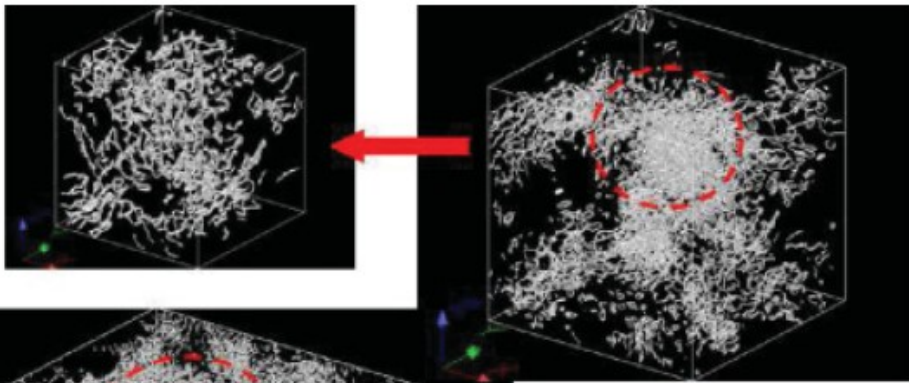


古典乱流と同様の
Kolmogorov-5/3乗スペク
トルが見えている

量子乱流—overall picture

量子乱流の大規模シミュレーションによるエネルギースペクトル

PRB **84**, 054525 (2011)



量子乱流中に量子渦の
バンドル構造が見えて
いる

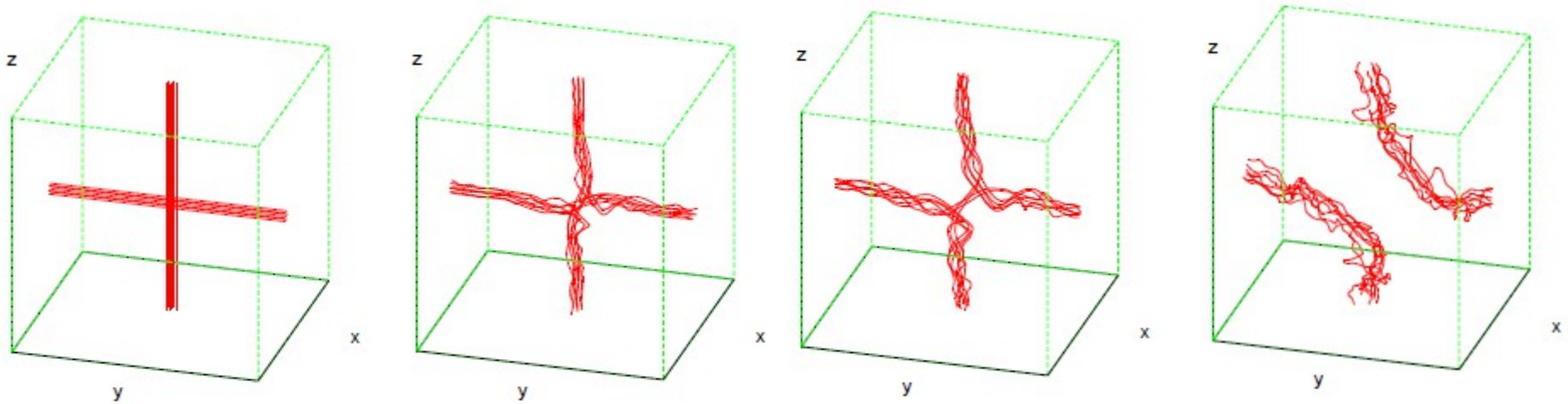


- 乱流中でのバンドル構造の自発的形成
(量子乱流特有)
- 「量子渦バンドルのカスケードが
Kolmogorovスペクトルを担っている」
というシナリオ (古典乱流と対応)

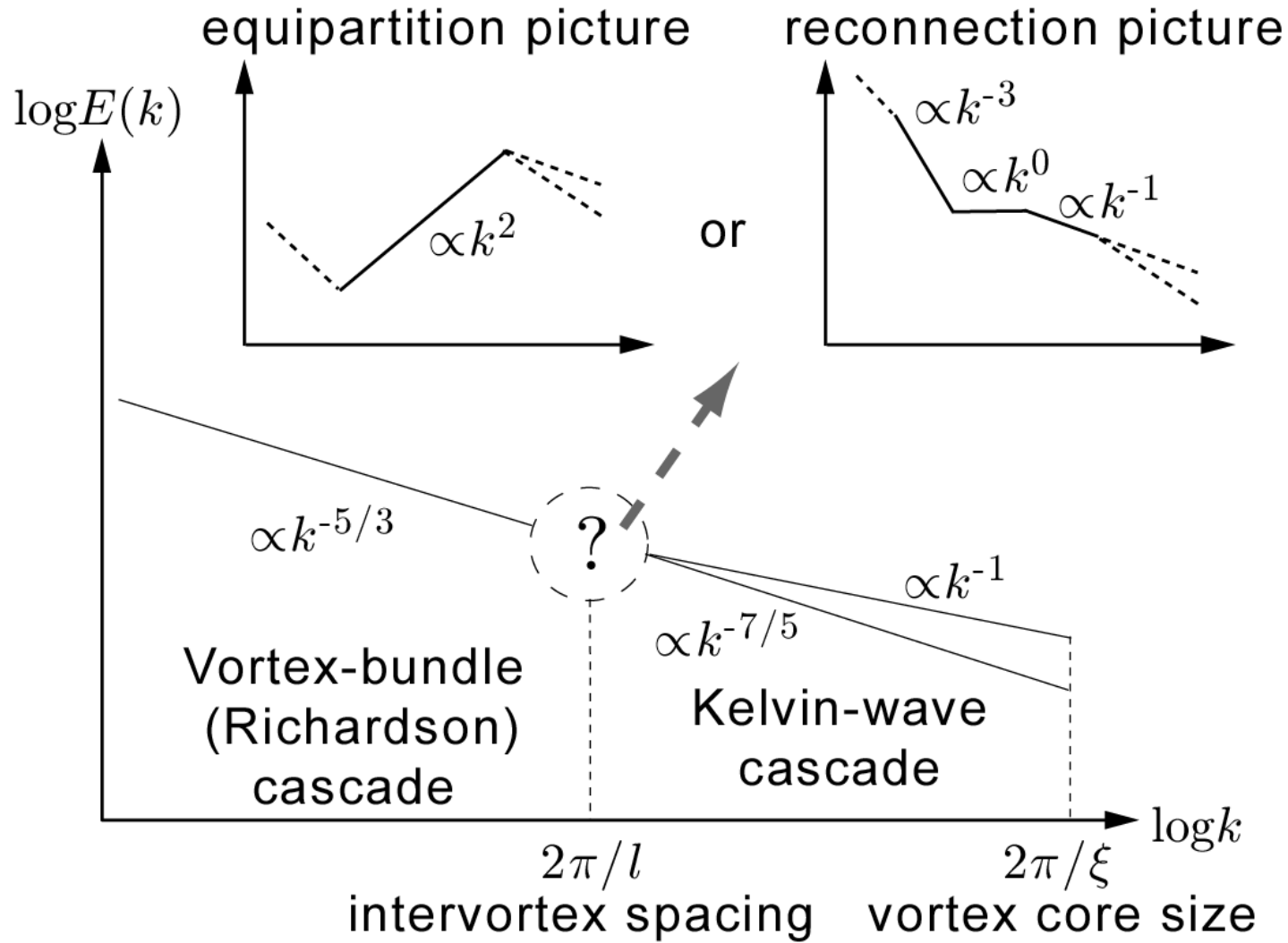
量子渦バンドルのつなぎ換え

バンドルが形成されれば、そのダイナミクスは古典流体中の渦（1本の量子渦）と類似している

PRL **101**, 215302 (2008)



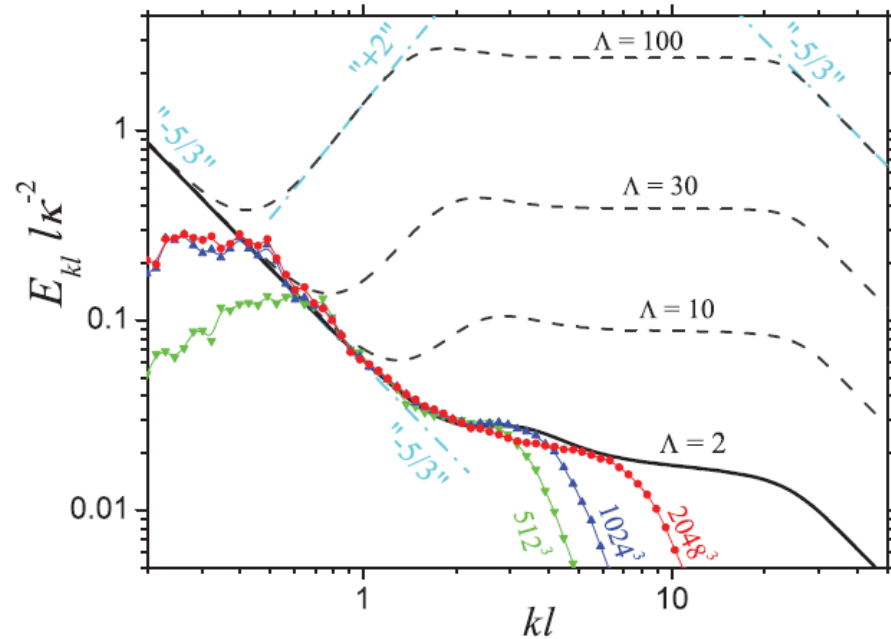
量子乱流—overall picture



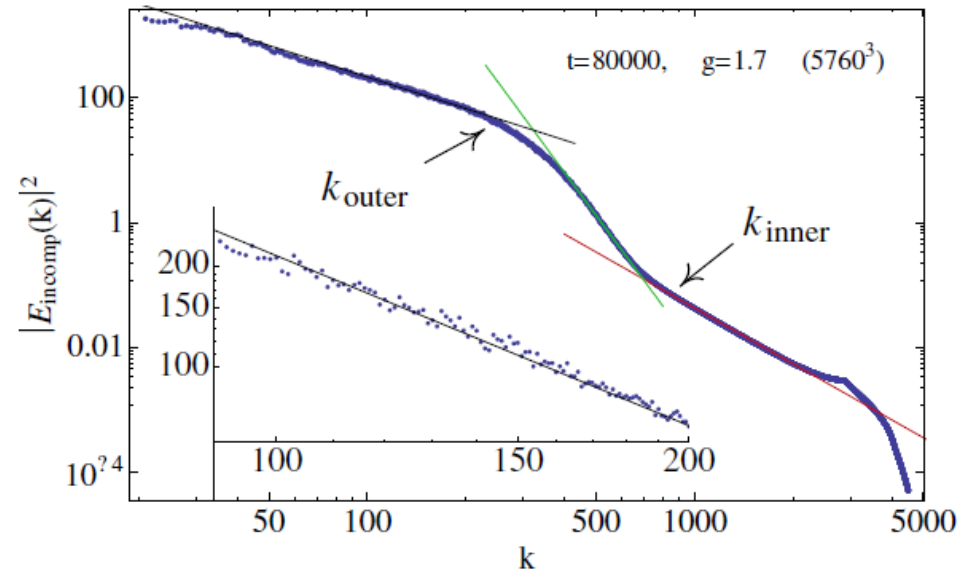
Classical-quantum crossover & Kelvin-wave cascade

e

PRB **84**, 054525 (2011)



PRL **103**, 084501 (2009)



Kolmogorovスペクトルよりも短波長領域に関して統一的な理解は
いまだ得られていない

冷却原子気体における量子乱流

	冷却原子気体BEC	超流動ヘリウム
渦の可視化	容易	かなり難しい
温度	(今のところ) 高い	広範囲に制御化
系のサイズ (L/ξ)	10^4 - 1000	$>10^8$
マッハ数 (圧縮性の度合)	0.01 - 0.5	~ 0.001
系の内部自由度	かなり変更できる	ほとんどない

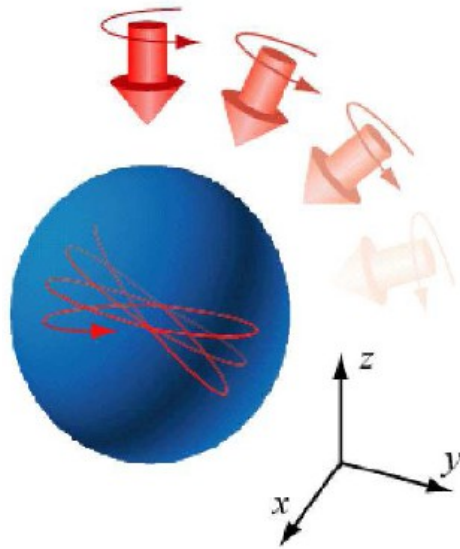
冷却原子気体の量子乱流は従来のヘリウムの乱流とはかなり様相の異なることが期待される

乱流の生成

1. 力学的な生成（流れや回転を用いる）
2. クエンチダイナミクスを用いる
3. Phase imprint
4. 不安定性を用いる

乱流の生成

力学的な生成

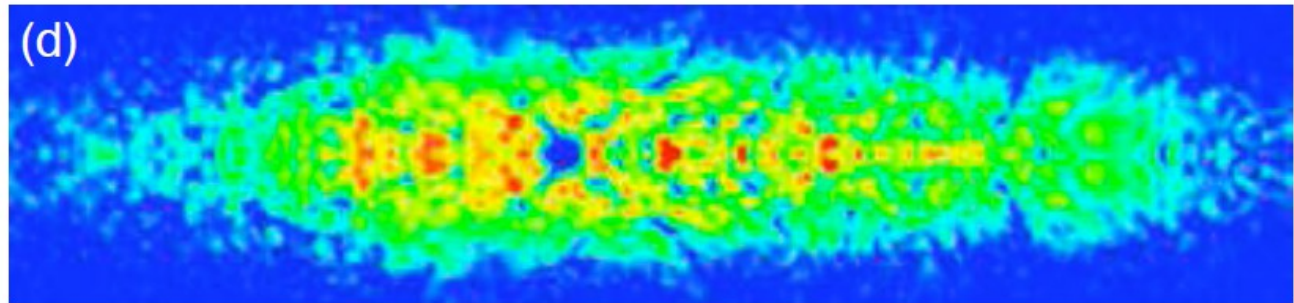
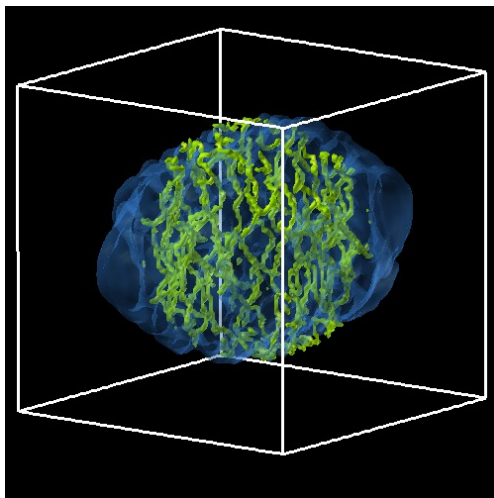


歳差回転

PRA 76, 045603 (2007)

ポテンシャルの振動

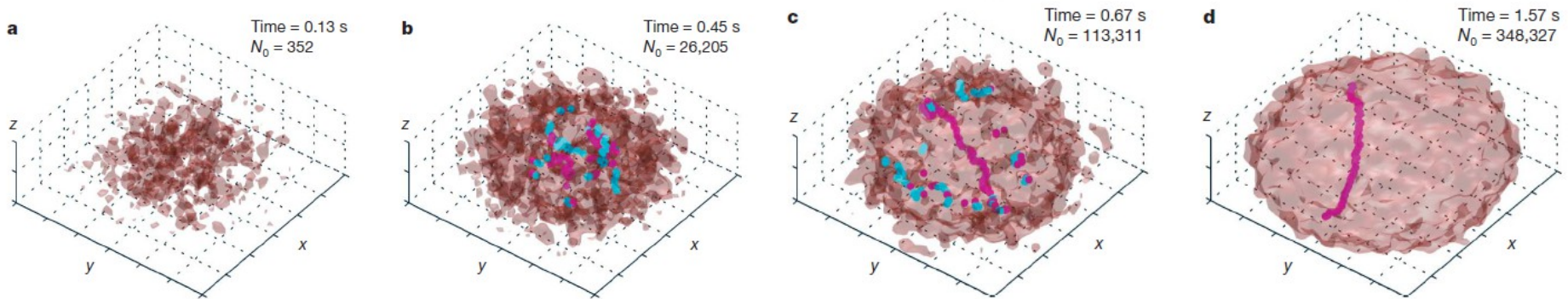
PRA 83, 053609 (2011)



古典流体で乱流を生成するのと同様の
コンセプト

乱流の生成

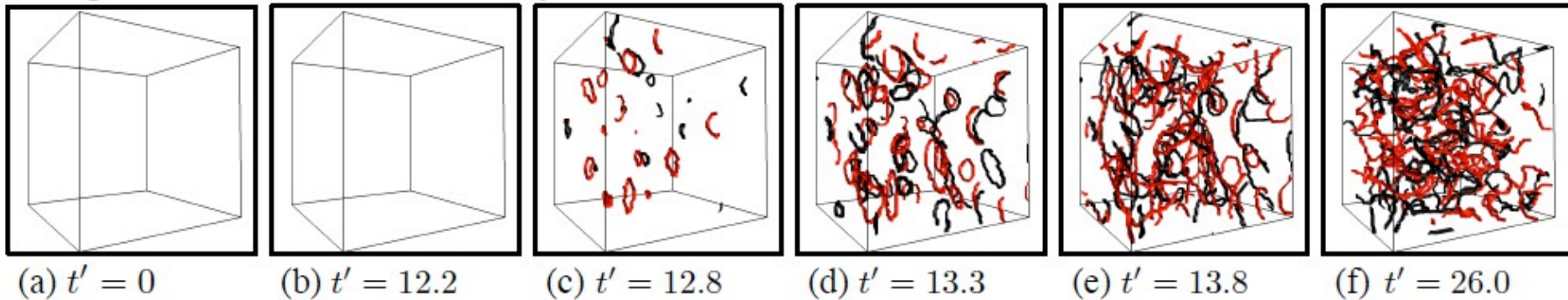
BECの急冷



初期状態が平衡状態であれば、Kibble-Zurek機構による量子渦の生成⇒秩序化過程のダイナミクスとなるが、初期状態が（古典）乱流であれば、量子乱流状態が形成されることが予言されている。 PRA **66**, 013603 (2002)

乱流の生成

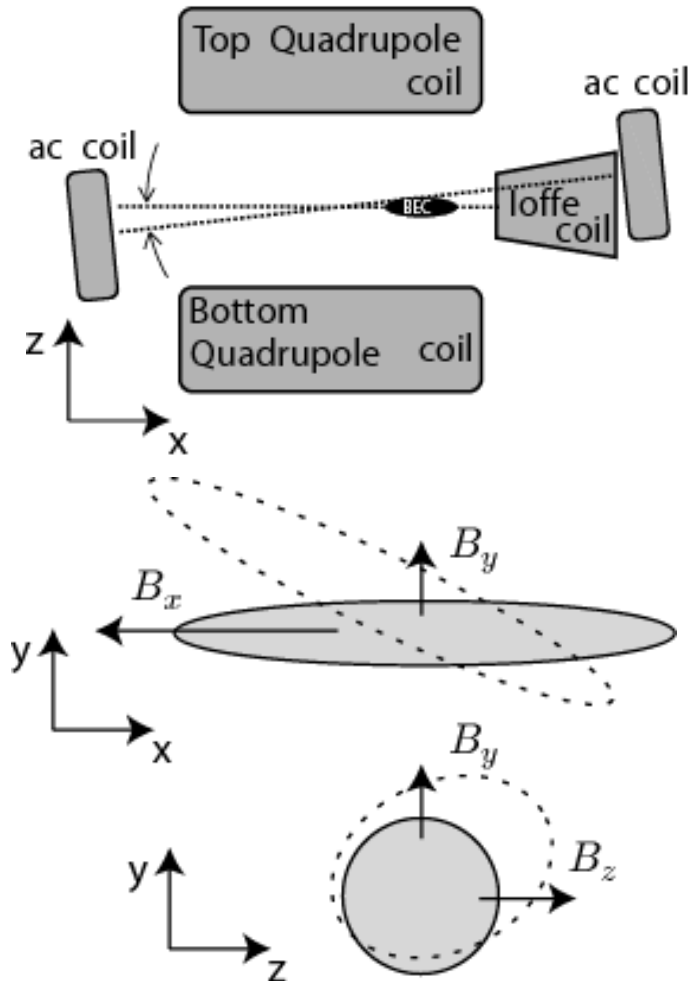
不安定性を用いた量子乱流の生成



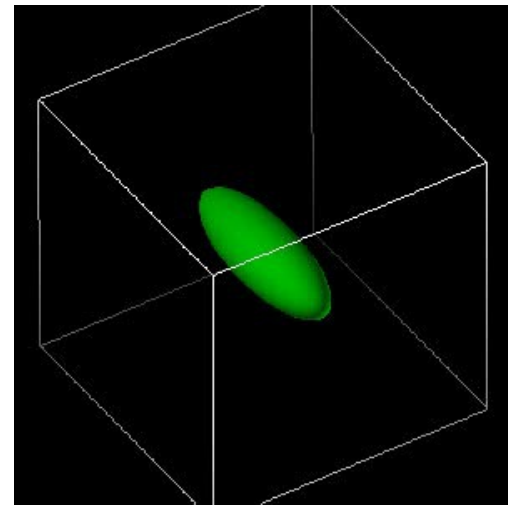
対向する2成分BECの相対速度が臨界値を超えると不安定性が生じ、量子渦が自発的に生成され乱流状態となる。

冷却原子気体BECの量子乱流

PRL 103, 045301 (2009) & PRA 79, 043618 (2009)



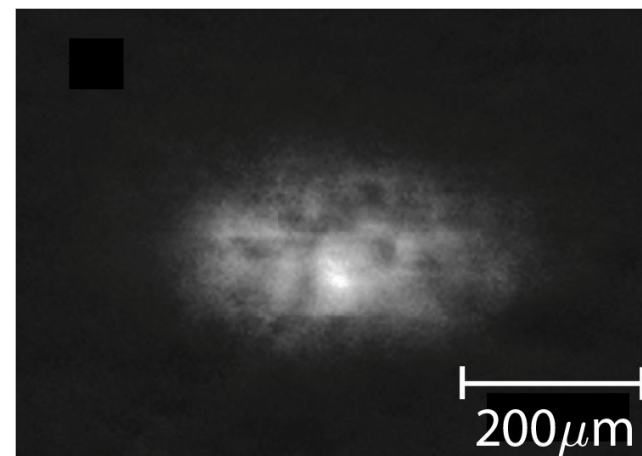
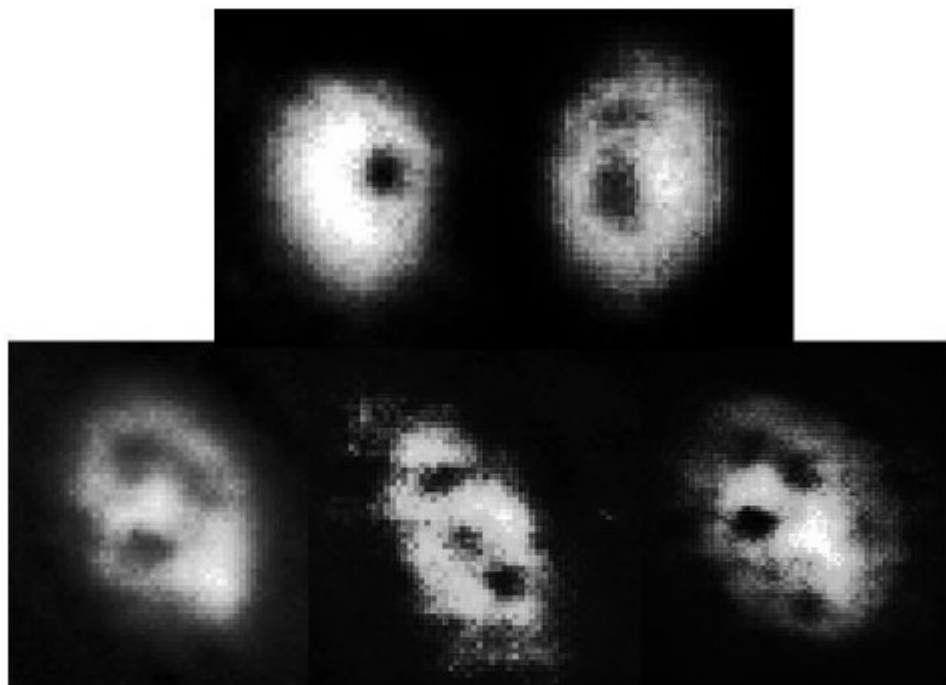
異なるトラップ中心を持つトラップを混在させる（一方は静的に、もう一方はswitch-on-offの振動をさせる）



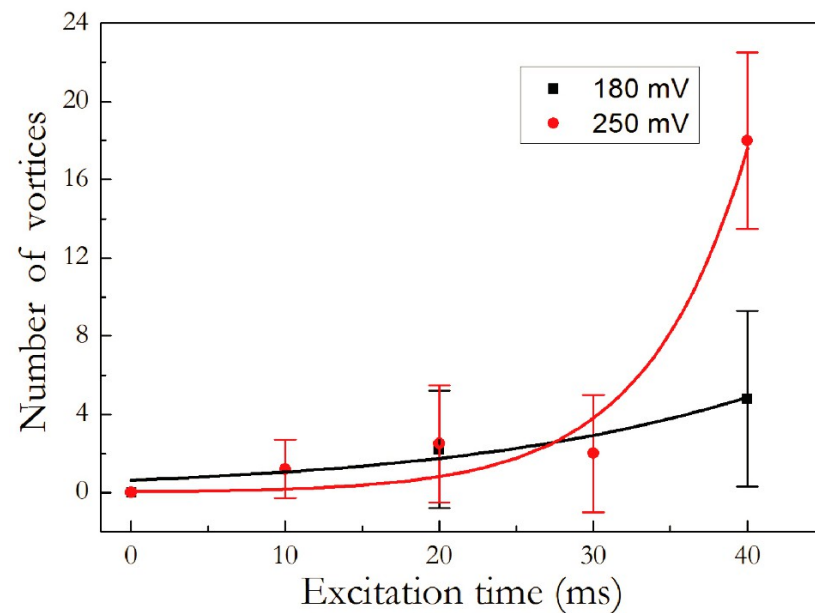
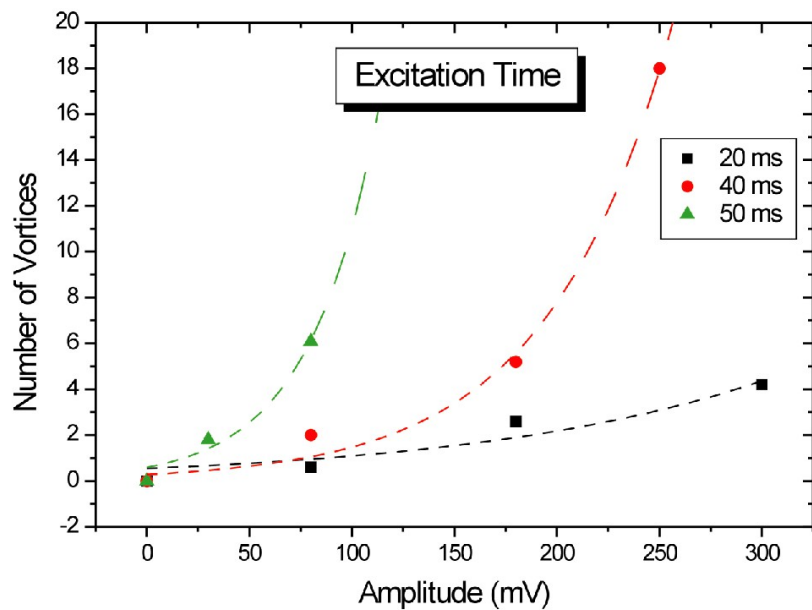
振動と回転の混在

冷却原子気体BECの量子乱流

vortex formation

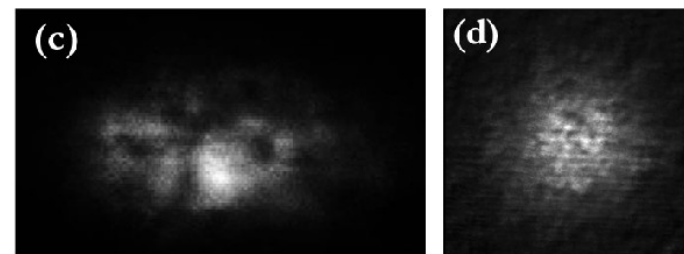
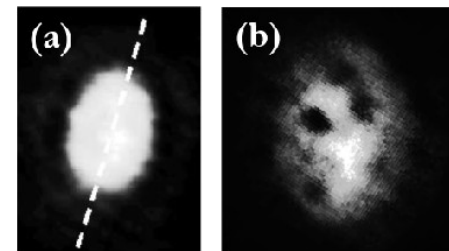
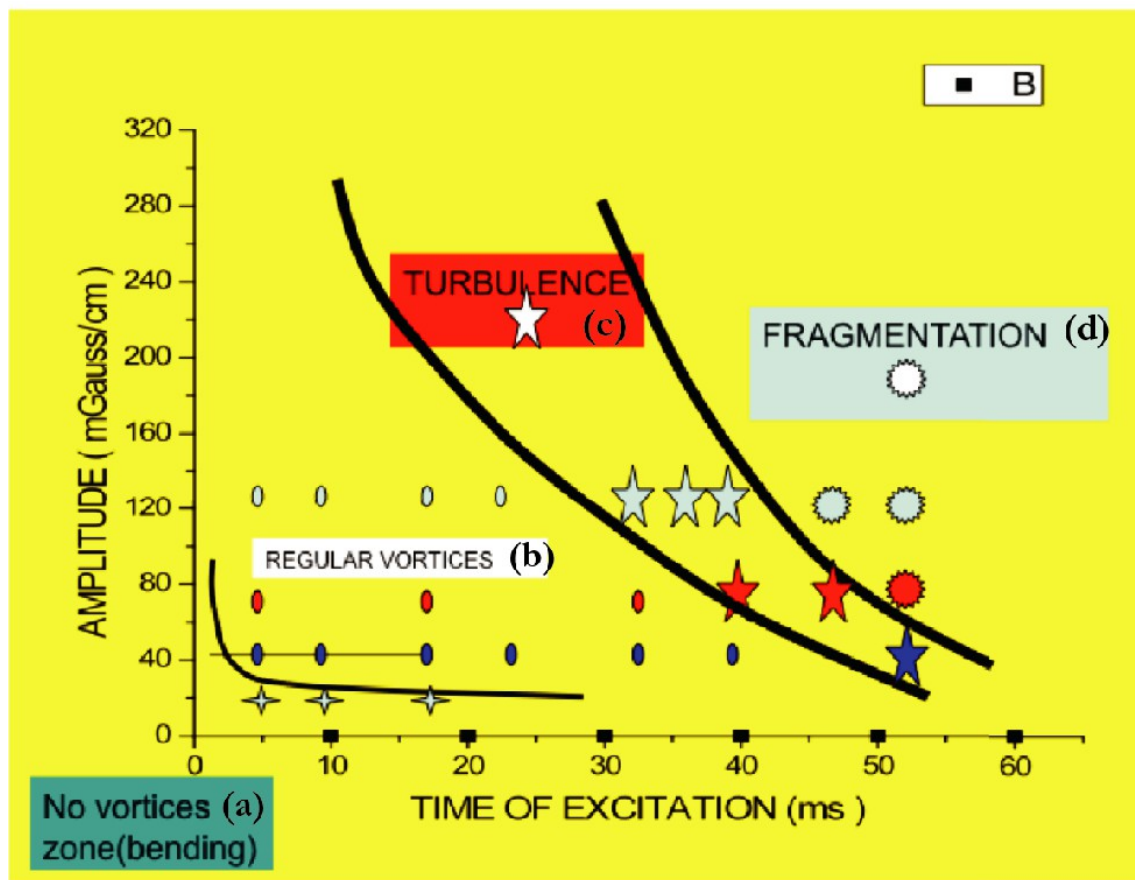


冷却原子気体BECの量子乱流



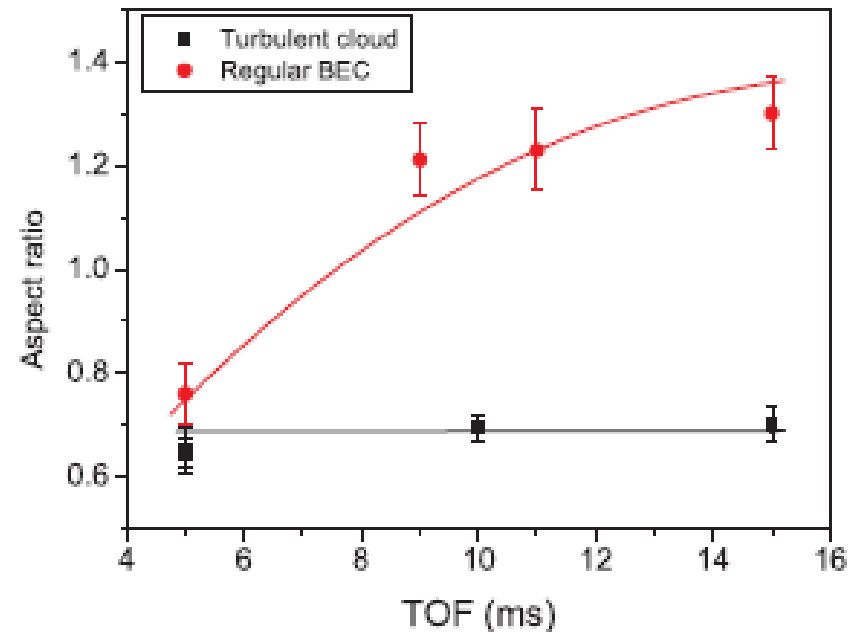
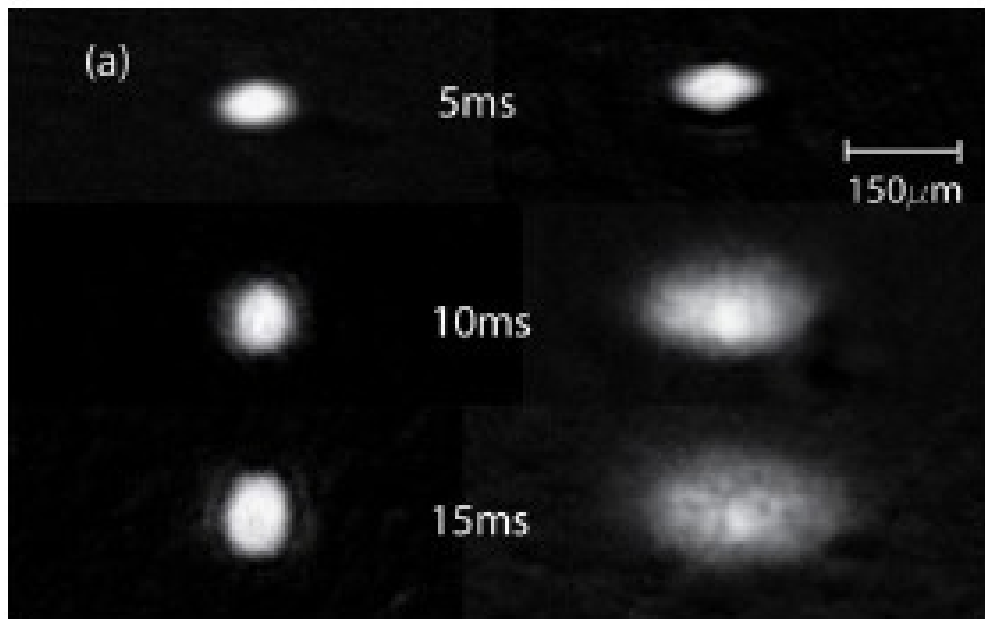
冷却原子気体BECの量子乱流

phase diagram



冷却原子気体BECの量子乱流

TOF expansion



Aspect ratio inversion does not occur for turbulence.
(Not completely confirmed theoretically)

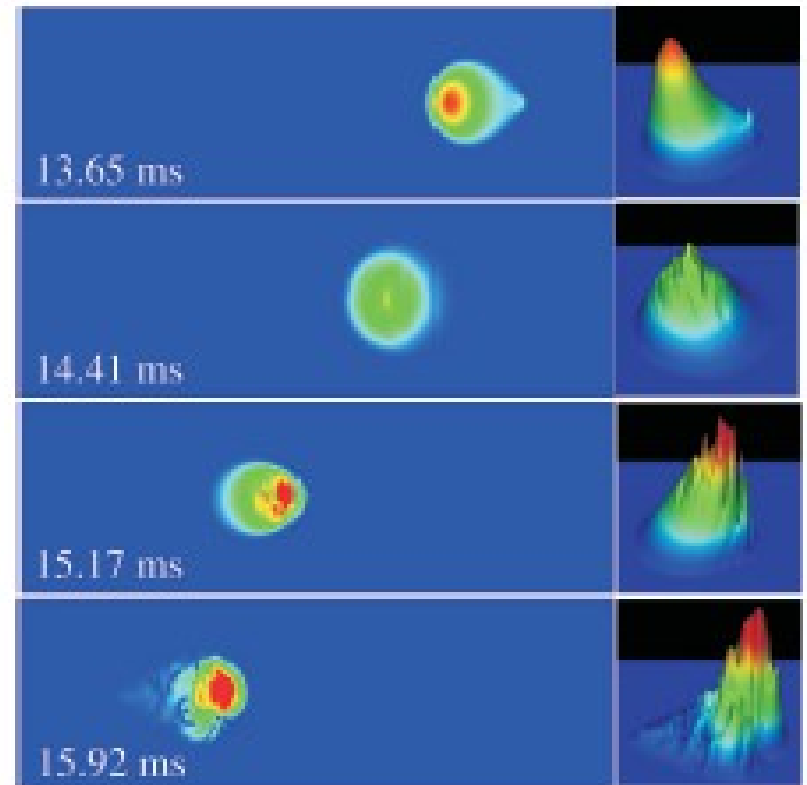
冷却原子気体BECの量子乱流

Laser Phys. Lett. **8**, 691 (2011)

2D simulation

$$(i - \gamma) \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[-\frac{\nabla^2}{2} + (V_{\text{trap}} - \mu) + g_{2\text{D}} |\Psi|^2 - \Omega_x \sin \Omega t L_x - v_y \sin \Omega t p \right] \Psi$$

実験結果の完全な理解には
まだ遠い



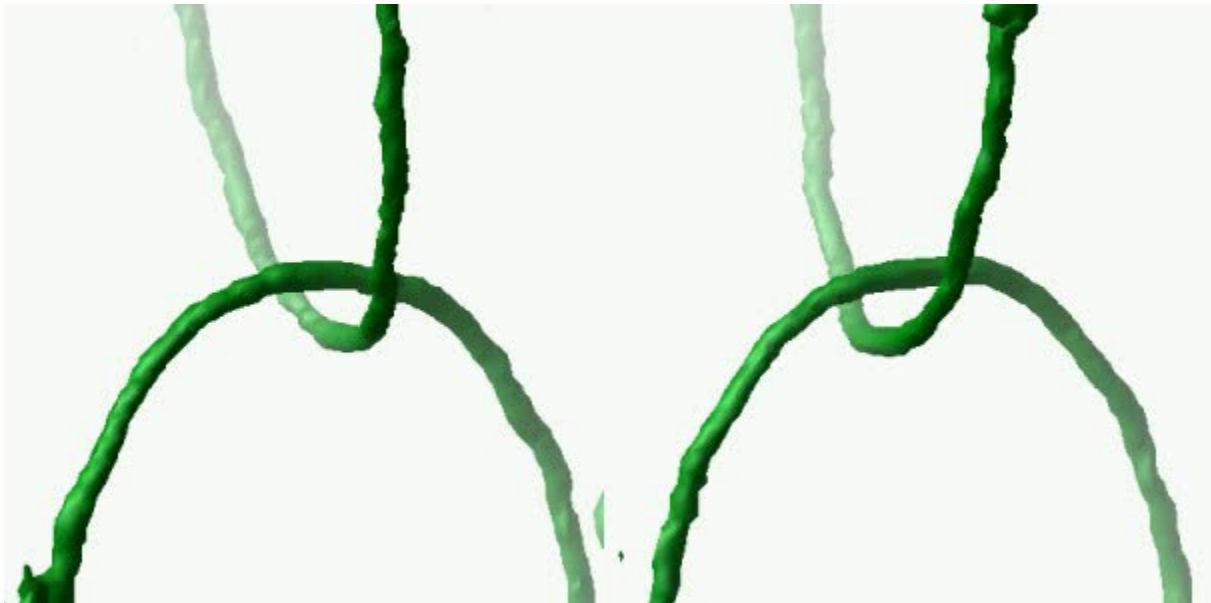
量子乱流の今後

1. 量子乱流、古典乱流ともに存在するKolmogorovスペクトルはある種のユニバーサリティクラスの存在を示唆しているのだろうか？ そうだとしたらそのクラスは？
2. 乱流でない状態から量子乱流状態への変化は転移（非平衡相転移）なのだろうか？ そうだとしたらそこにもユニバーサリティクラスがあるのだろうか？
3. Kelvin-waveカスケードの理解（これはどちらかということと超流動ヘリウム分野）
4. 新奇な量子乱流（圧縮性に関する乱流・BECの内部自由度に関連した量子乱流など）
5. 実験における渦バンドルやエネルギースペクトル、それらのカスケードの観測

Collision dynamics of vortices

Commutative pair

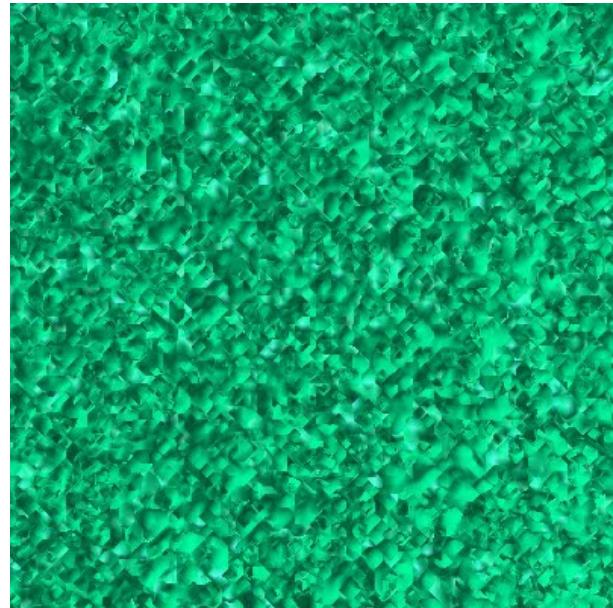
Non-commutative pair



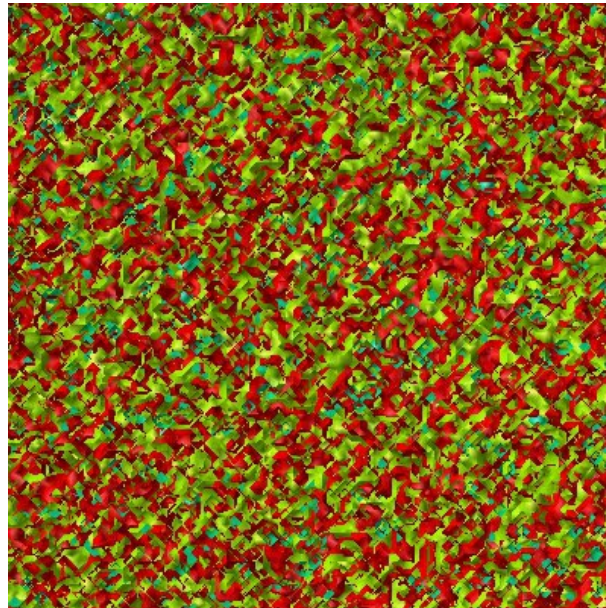
Phase-ordering dynamics

Rapid temperature quench from $T=2T_c$ to $T \rightarrow 0$

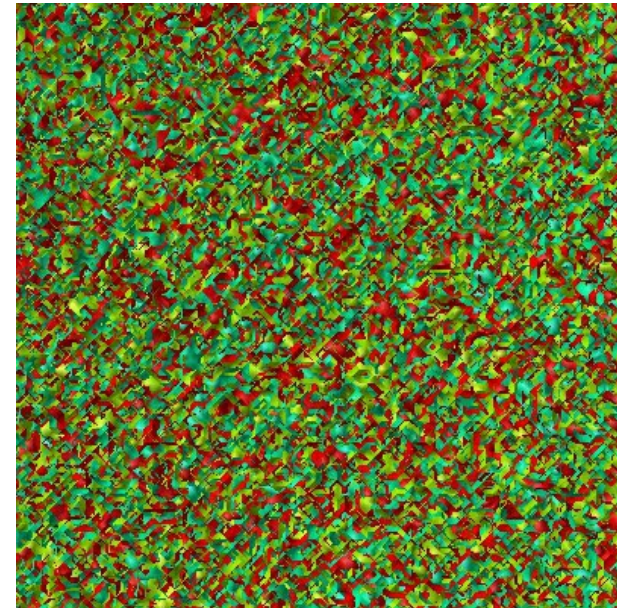
Scalar



Cyclic

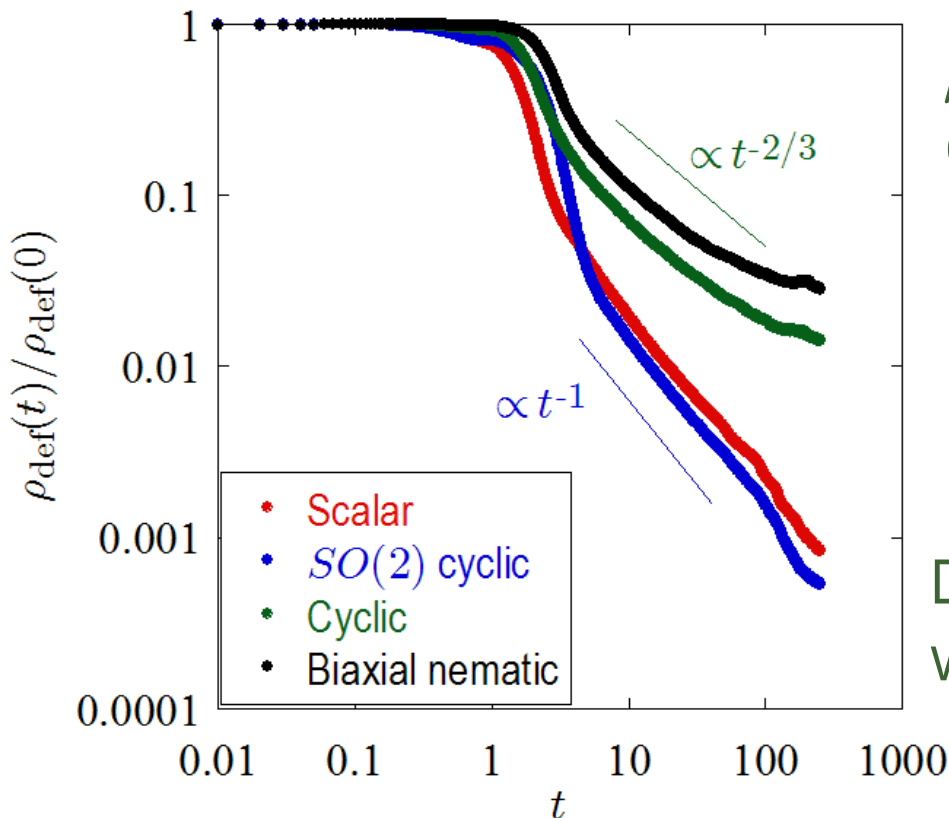


Biaxial nematic



Phase-ordering dynamics

Density of vortex line length



$\rho \propto t^{-1}$: Universal behavior for phase-ordering with Abelian vortices

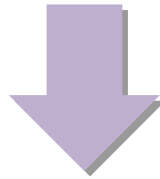
A. J. Bray and K. Humayun, PRE **47**, R9 (1993)



Decay becomes slower for non-Abelian vortices : $\rho \propto t^{-2/3}$

Phase-ordering dynamics

Slower dynamics has also been observed for phase ordering of conserved Ising model : $\langle S \rangle = 0$ (total magnetization is fixed to 0)
 \Rightarrow Decay of domain wall becomes slower in the phase ordering than that in non-conserved Ising model.



Conserved value in this case : **linking number**

Phase-ordering dynamics

Conserved value in this case : **linking number**

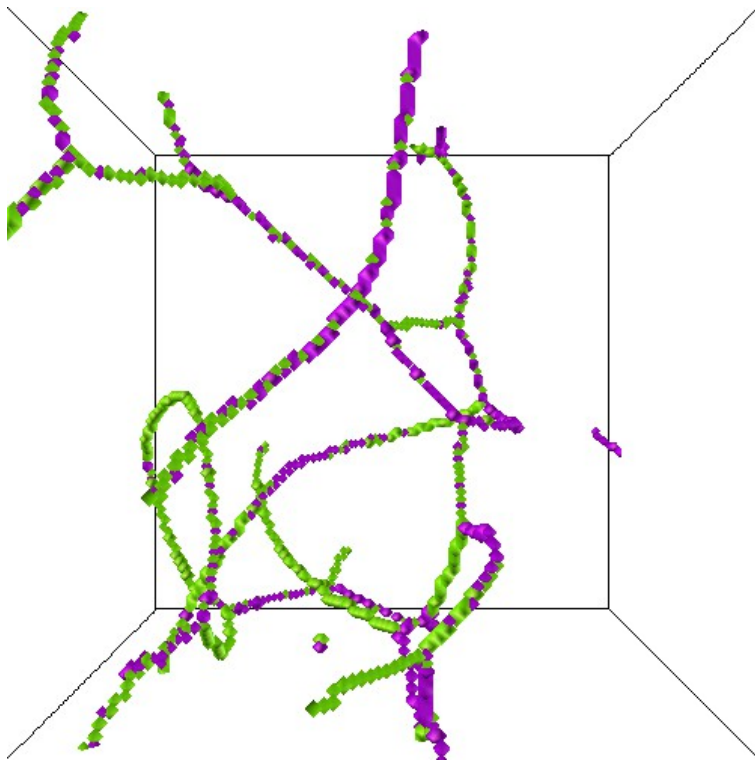
Non-commutative vortices cannot pass through each other, behaving like substantial string

⇒ **Linking number of vortices are conserved**

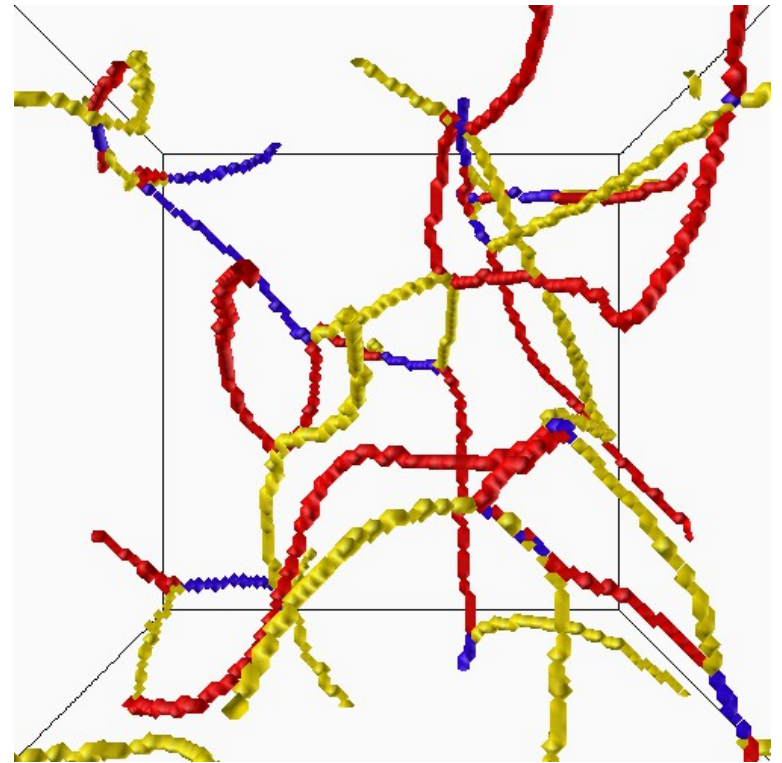


Final State

Sometimes, dynamics stops with finite number of vortices, never relaxing to equilibrium state



Cyclic

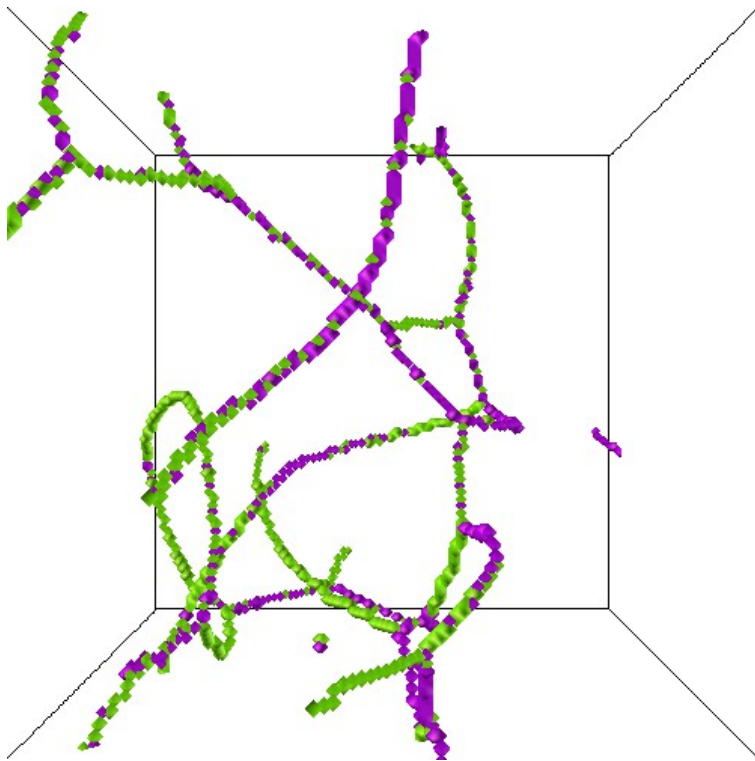


Biaxial nematic

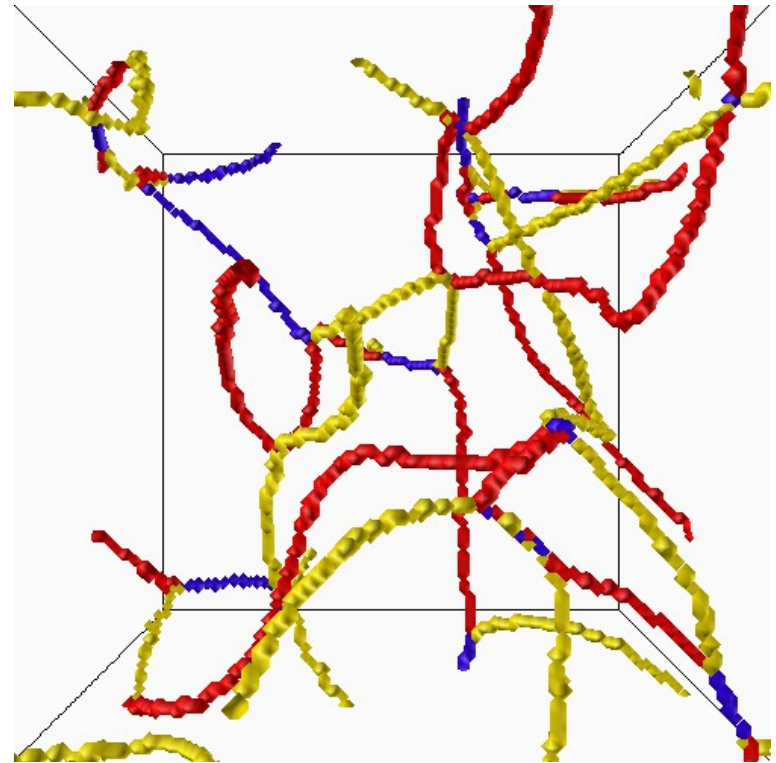
Final State

Probability for appearing non-equilibrium final state

Cyclic : ~10%



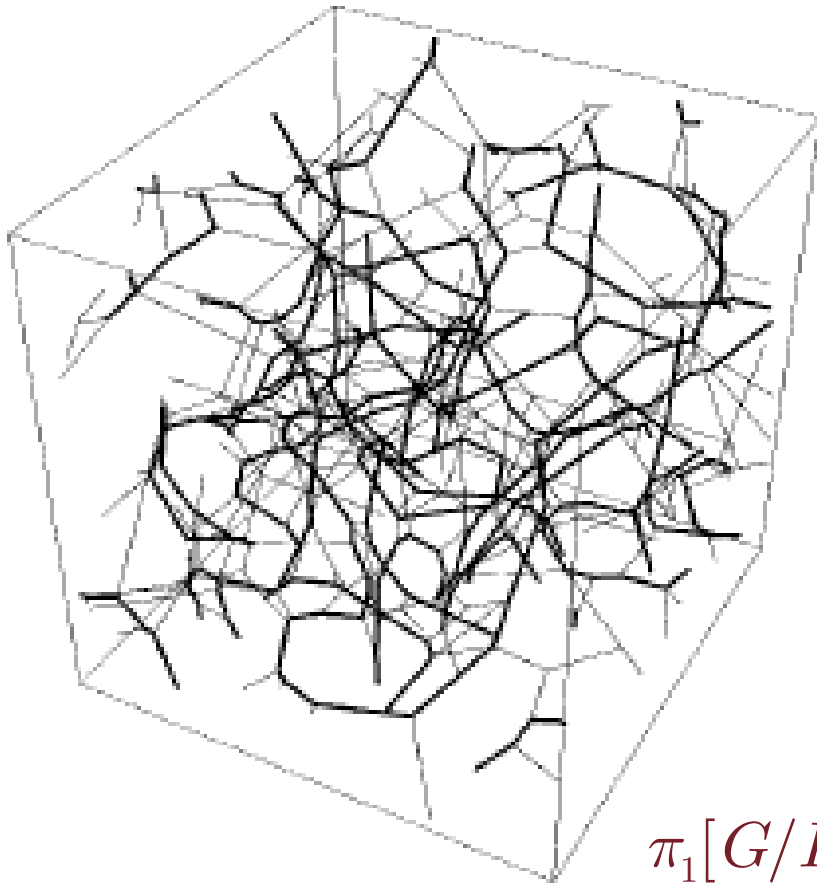
Biaxial nematic : ~50%



Probability depends on the topology (the number of conjugacy class?)

Non-Abelian Cosmic Strings

Similar behavior has been reported in the context of cosmic string



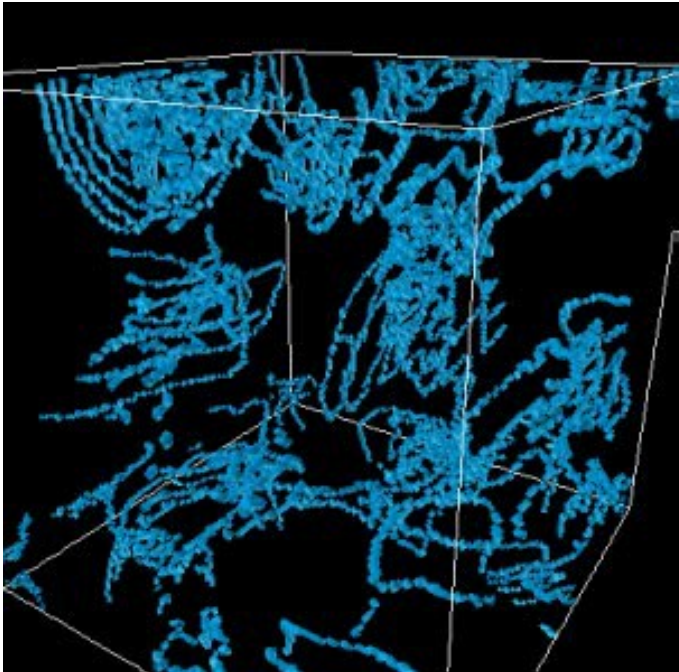
Networking structure of non-Abelian cosmic strings are predicted

P. McGraw, PRD **57**, 3317 (1998)

$$\pi_1[G/H] = S_3$$

Quantum turbulence

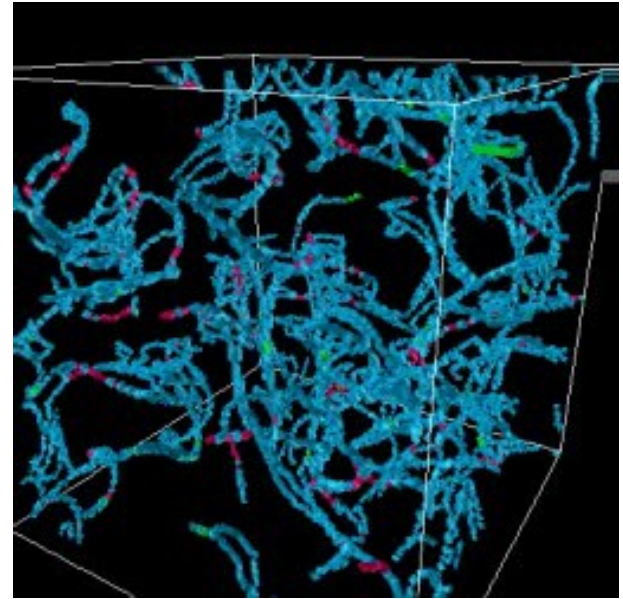
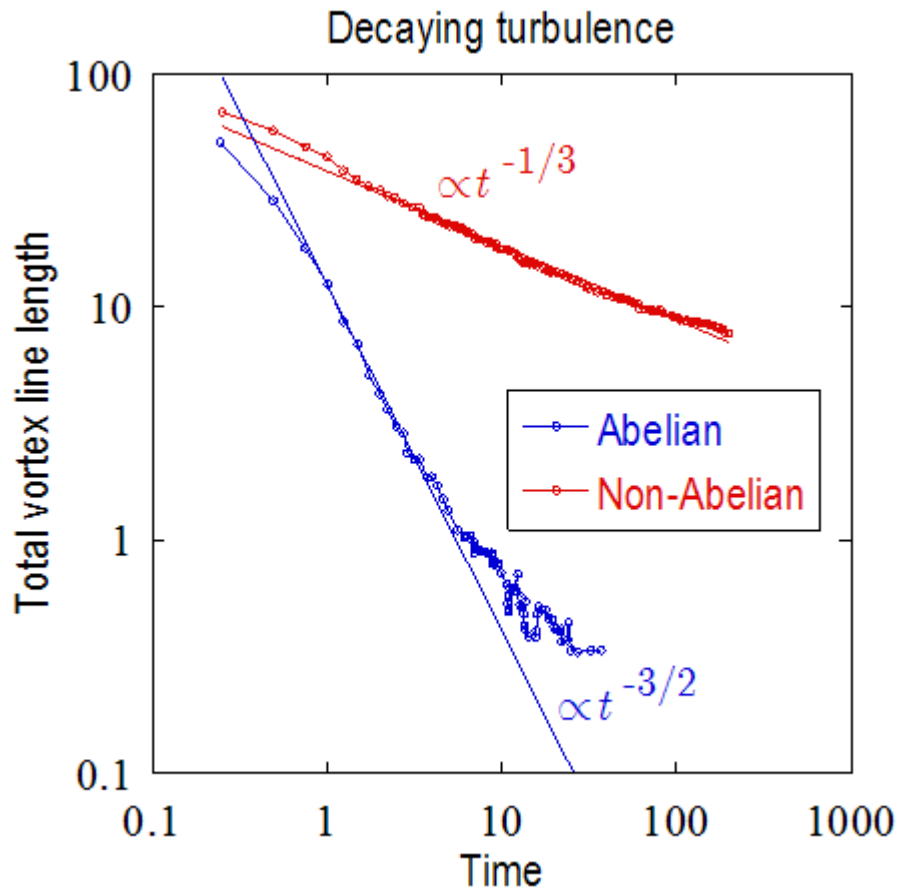
Starting from large-scale vortex loops
⇒ Cascade of large to smaller vortices : turbulence



Turbulence of scalar BEC :
In large scales, the Kolmogorov spectrum (spectrum in classical turbulence) has been confirmed.

MK and M. Tsubota, PRL **94**, 065302 (2005)

Quantum turbulence



Turbulent behavior is strongly affected by topology

Quantum turbulence

