

Faddeev-Skyrme模型の新しい ソリトン解：XY型の場合

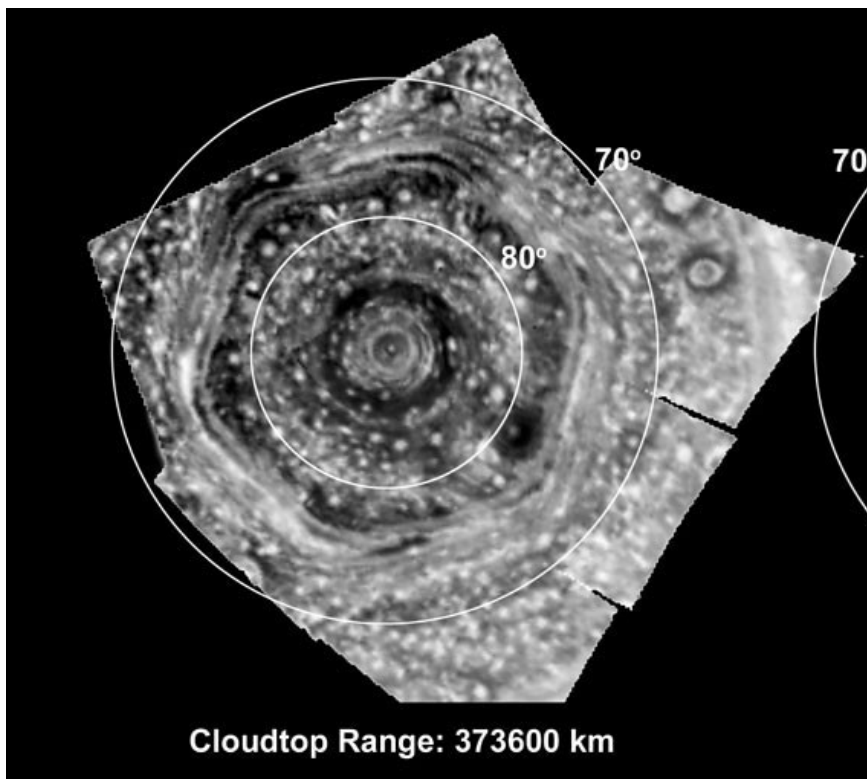
京大理・慶應日吉物理
小林未知数・新田宗土

MK & MN, PRD **87**, 125013 (2013), arXiv:1307.0242
MK & MN, arXiv:1307.1345

2013年9月22日 日本物理学会2013年秋季大会

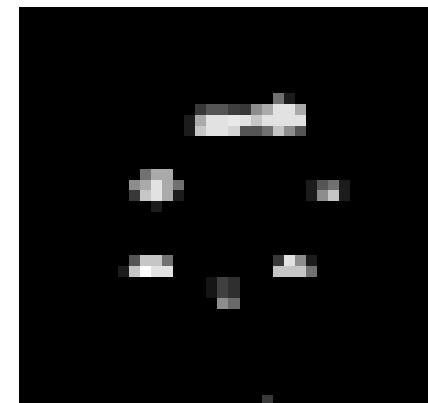
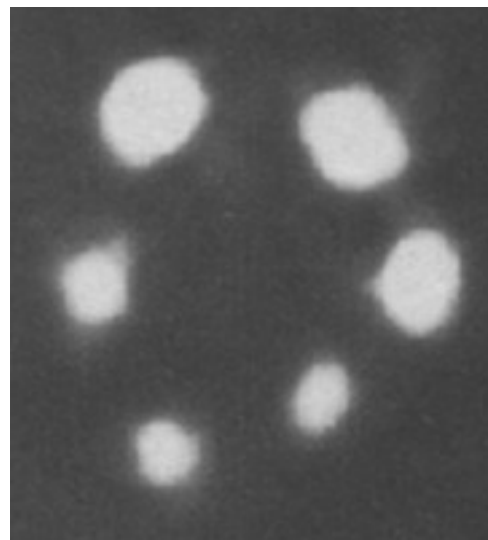
流体力学における渦多角形問題

土星の北極に観測された
正六角形状の高渦度領域



D. A. Godfrey, *Icarus* **76**, 335 (1988).

超流動 ^4He で観測された正六角形
および正七角形量子渦



R. E. Packard, *Physica* 109 & 110B, 1474 (1982).

流体力学における渦多角形問題

渦多角形の安定性

- 2,3,4,5角形渦は安定、6角形渦は準安定
- 渦度が有限の場合（古典流体）、7以上の渦多角形は不安定
- 渦度がsingularな場合（超流動）、渦7角形は準安定、8以上の渦多角形は不安定

- 素粒子物理学における類似の問題として2+1次元 Faddeev-Skyrme模型（baby-Skyrme模型）を考える
- XY型ポテンシャルがある場合、baby Skyrminion解として渦分子が存在→渦分子の多角形状態の安定性

発表内容

1. XY型Faddeev-Skyrme模型のイントロダクション
2. Q 2次元2次元ソリトン解
3. 高次2次元ソリトン解
4. 比較: 2成分ボース・アインシュタイン凝縮における
滴分子解
5. まとめ

XY型Faddeev-Skyrme模型 (2+1次元ではXY型baby-Skyrme模型)

○非線形シグマ模型

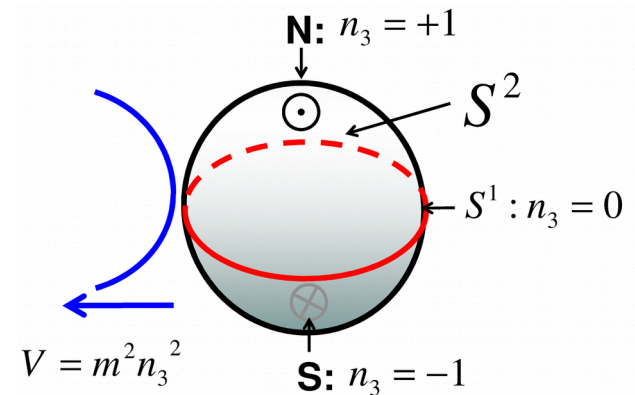
$$\mathbf{n} = (n_1 \quad n_2 \quad n_3) \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} = 1 \quad \text{状態空間} ; S^2$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \mathbf{n} \cdot \partial^\mu \mathbf{n} - \underbrace{\kappa \{ \mathbf{n} \cdot (\partial_\mu \mathbf{n} \times \partial_\nu \mathbf{n}) \}^2}_{\text{baby Skyrme項}} - \underbrace{m^2 n_3^2}_{\text{XY型ポテンシャル}}$$

baby Skyrme項 XY型ポテンシャル

vacuum manifold

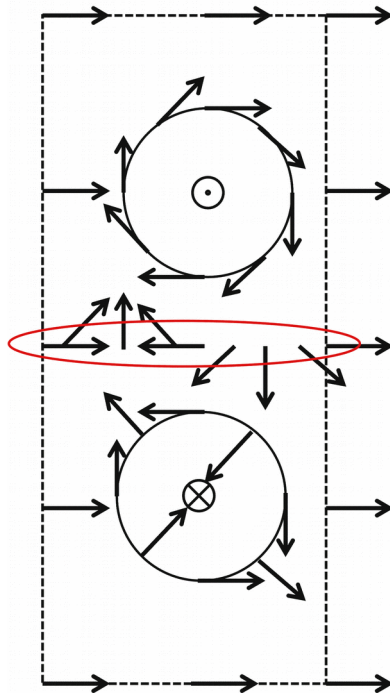
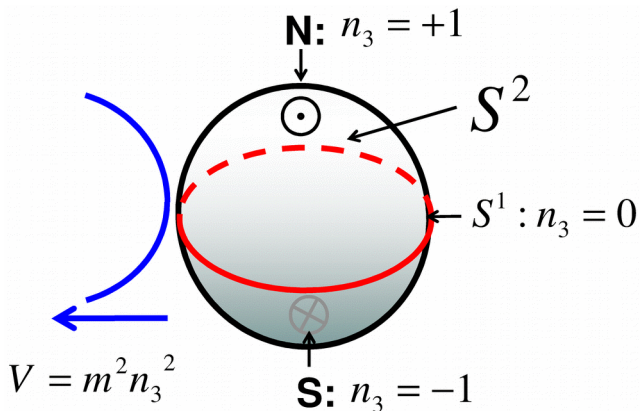
$$n_3 = 0 \quad n_1^2 + n_2^2 = 1 \quad \longrightarrow \quad G/H \simeq S^1$$



Baby Skyrmion with $\omega = 1$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \mathbf{n} \cdot \partial^\mu \mathbf{n} - \kappa \{ \mathbf{n} \cdot (\partial_\mu \mathbf{n} \times \partial_\nu \mathbf{n}) \}^2 - m^2 n_3^2$$

- m の scale free な baby Skyrmion (umpire 看 baby Skyrmion 対ump, みモデル)
- 渦分子としての baby Skyrmion
- $m \neq 0, \kappa \neq 0$: 渦分子としての baby Skyrmion

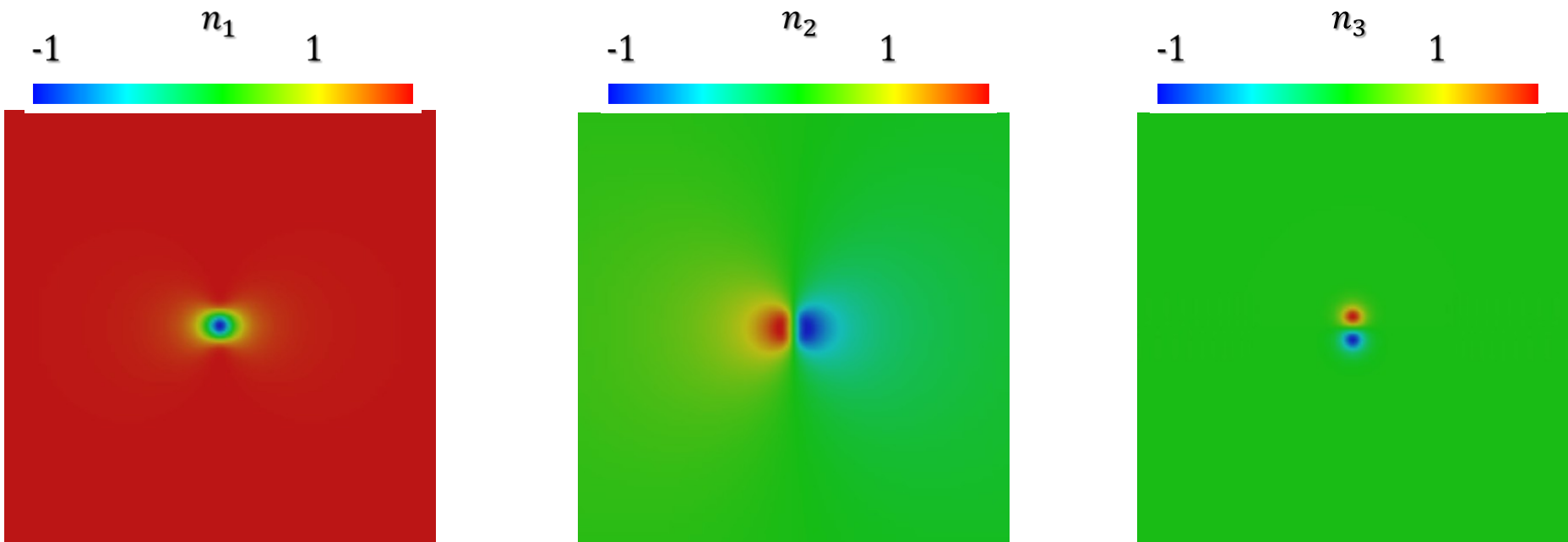


baby Skyrmion :
 を中心とした渦とを中心
 $n_3 = 1$ を中心とした渦と
 とした反渦とを中心とした
 $n_3 = -1$ を中心とした反渦
 が集中した渦分子状態と
 なる渦分子状態となる

Baby Skyrmion with $Q=1$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \mathbf{n} \cdot \partial^\mu \mathbf{n} - \kappa \{ \mathbf{n} \cdot (\partial_\mu \mathbf{n} \times \partial_\nu \mathbf{n}) \}^2 - m^2 n_3^2$$

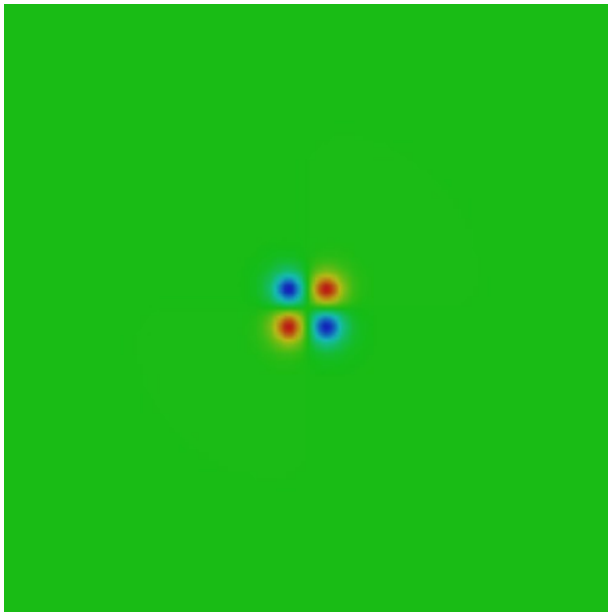
Skyrmion charge $Q = \frac{1}{4\pi} \int d^2x \mathbf{n} \cdot (\partial_1 \mathbf{n} \times \partial_2 \mathbf{n})$



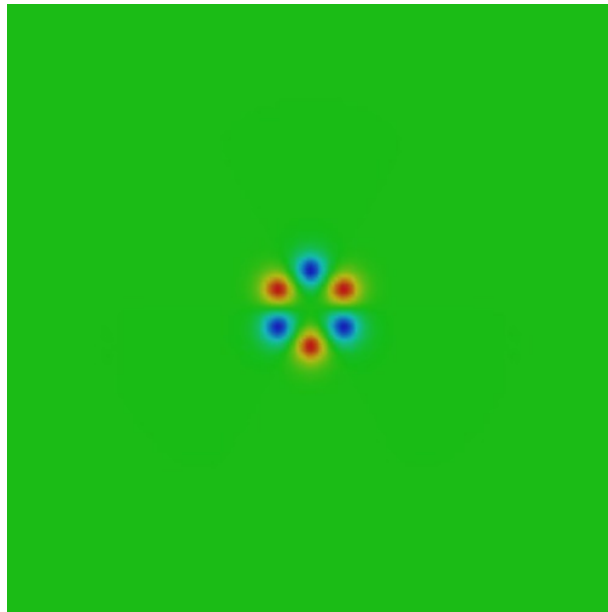
の数値解 (直解) ($\kappa = 0.002, m = 800$)

Baby Skyrmion with Higher Q

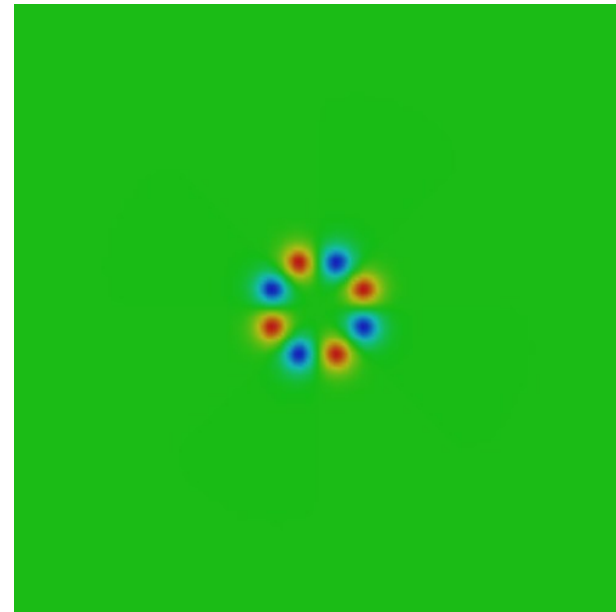
$Q = 2$



$Q = 3$



$Q = 4$

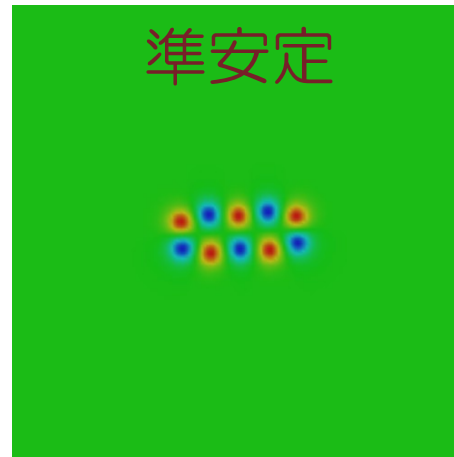
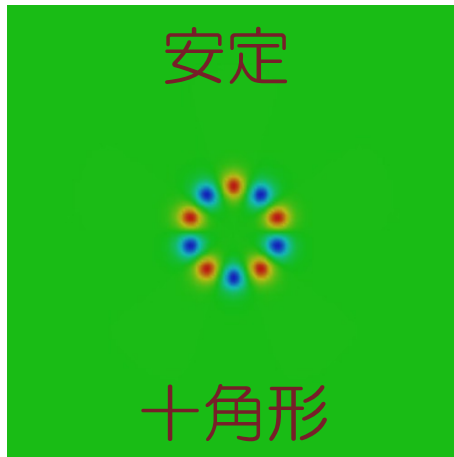


正方形（2回対称） 六角形（3回対称） 八角形（4回対称）

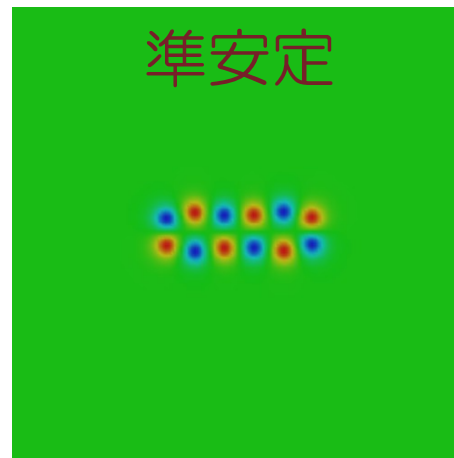
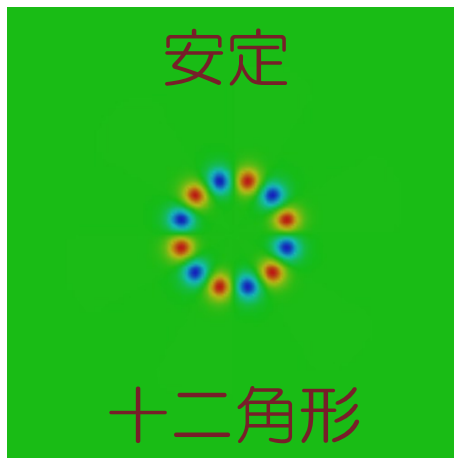
同回転対称な正角形滑形子状態が安定なbaby Skyrmion状態となる

Baby Skyrmion with Higher Q

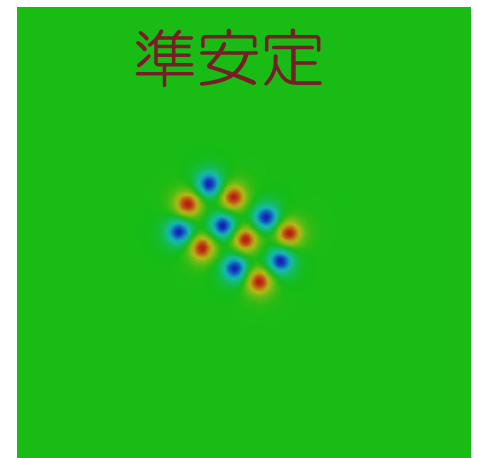
$Q = 5$



$Q = 6$

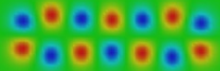


過多角形状態が安定ではあるが、それ以外の構造が準安定状態として現れる

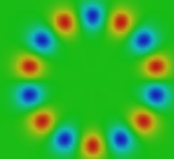


Baby Skyrmion with $Q=7$

安定

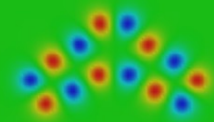


準安定

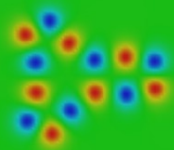


十四角形

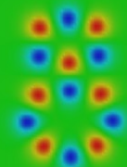
準安定



準安定



準安定



で過多角形多角形は
準安定状態となる
となる

2成分ボース・アインシュタイン凝縮との比較

非線形シグマ模型 (非線形シグマ模型) $(\psi_1, \psi_2 \in \mathbb{C})$

$$\psi = (\psi_1 \quad \psi_2)^T \quad \psi^\dagger \psi = 1 \quad \text{状態空間 ; } S^3$$

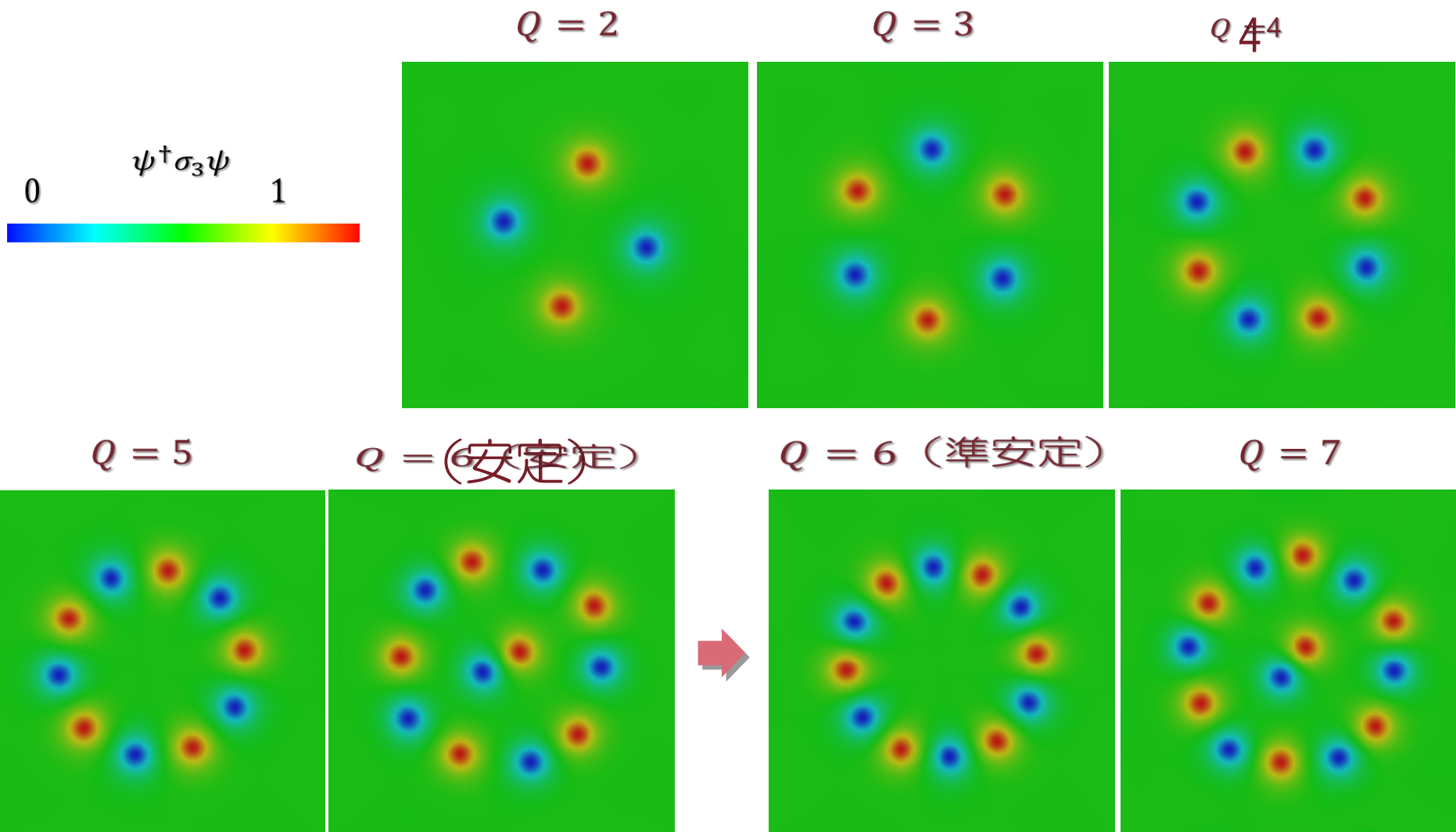
$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{i}{2}(\psi^\dagger \dot{\psi} - \dot{\psi}^\dagger \psi)}_{\text{運動項}} - \underbrace{\frac{1}{2} \nabla \psi^\dagger \cdot \nabla \psi}_{\text{XY型ポテンシャル}} - \underbrace{m^2 (\psi^\dagger \sigma_3 \psi)^2 - \frac{i\Omega}{2} \mathbf{x} \times (\psi^\dagger \nabla \psi - \nabla \psi^\dagger \psi)}_{\text{回転項}}$$

運動項 XY型ポテンシャル 回転項

vacuum manifold : $\psi^\dagger \sigma_3 \psi = 0$ vacuum manifold : $e^{-i\theta/2} \rightarrow (S^1 \times S^1) / \mathbb{Z}_2$
 θ : overall phase φ : relative phase

- Hopf map: $\psi^\dagger \sigma_3 \psi = 0$ を通して Faddeev-Skyrme 模型に対応する
- 回転項によって渦分子 (それぞれの成分の渦の結合状態) が安定となる
- 渦分子の状態には、境界での巻きつきが存在する

渦分子状態と渦多角形の安定性



まとめ

- XY型ポテンシャルを持つ2次元Faddeev-Skyrme模型におけるbaby Skyrmion解の構造を調べた
- Q 渦分子状態が状態渦分子の正角形状態が安定な角形状態となる
- Q 渦分子状態が状態渦分子の正角形状態が安定な角形状態となる
- Q 渦分子状態が状態渦分子の正角形状態が安定な角形状態となる
- Q 渦分子状態が状態渦分子の正角形状態が安定な角形状態となる
- Q 渦分子状態が状態渦分子の正角形状態が安定な角形状態となる
- 非相対論的な模型である、2成分ボース・アインシュタイン凝縮体では、渦多角形状態ほにおいて準安定ではなく不安定となる
- 今後の課題：3次元Hopfion解の構造を調べる

MK & MN, PRD **87**, 125013 (2013), arXiv:1307.0242, MK & MN, arXiv:1307.1345